Colección Bicentenario

Hecho en Venezuela

Matemática

Nivel de Educación Primaria del Subsistema de Educación Básica

Sexto grado

Gobierno Bolivariano de Venezuela

LIBRO GRATIS

corazón VENEZOLANO

Hecho en Venezuela

Matemática

Sexto grado

Nivel de Educación Primaria del Subsistema de Educación Básica

¡Hecho en Venezuela!
Matemática
Sexto grado
Nivel de Educación Primaria del Subsistema de Educación Básica

Ministerio del Poder Popular para la Educación
www.me.gob.ve
Esquina de Salas, Edificio Sede, parroquia Altagracia,
Caracas, Distrito Capital

Ministerio del Poder Popular para la Educación, 2013
Primera edición: Mayo 2011
Segunda edición: Febrero 2012
Tercera edición: Abril 2013
Tiraje: 562.500 ejemplares
Depósito Legal: lf51620115102594
ISBN: 978-980-218-308-1
República Bolivariana de Venezuela

DISTRIBUCIÓN GRATUITA

Coordinación General de la Colección Bicentenario
Maryann del Carmen Hanson Flores
Coordinación Pedagógica General de la Colección Bicentenario
Maigualida del Valle Pinto Iriarte
Coordinación General Logística y de Distribución de la Colección Bicentenario
Franklin Alfredo Albarrán Sánchez
Coordinación Logística
Deyanira D´ Jesús Urbaéz Salazar
Jhonny José Quintero Páez
Yrene Lucrecia Duarte Hurtado
Coordinación Editorial Serie Matemática
Rosa Becerra Hernández
Autoras y Autores
Alí Rojas Olaya
Ana Duarte Castillo
Andrés Moya Romero
Carlos Torres Sorando
Darwin Silva Alayón
Dolores Gil García
Edgar Vásquez Hurtado
Federico Vásquez Spettich
Hernán Paredes Ávila
Keelin Bustamante Paricaguán
Mariagabriela Gracia Alzuarde
Norberto Reaño Ondarroa
Orlando Mendoza González
Rosa Becerra Hernández
Vicmar Rodríguez Díaz
Wladimir Serrano Gómez
Zuly Millán Boadas
Revisión de Contenidos
Gabriela Angulo Calzadilla
Carolina Blanco de Mariño
Corrección de Textos
María Enriqueta Gallegos
Coordinación de Arte
Himmaru Ledezma Lucena
Jolmari Concepción Guacache
Diseño Gráfico
Himmaru Ledezma Lucena
Ilustraciones
Himmaru Ledezma Lucena
Rafael Pacheco Rangel
Manuel Arguinzones Morales
Ronal Quintero Villalba
Diagramación
Ranier Monasterio Díaz
Manuel Arguinzones Morales
Jolmari Concepción Guacache

Hecho en Venezuela

Matemática

Nivel de Educación Primaria del Subsistema de Educación Básica

Sexto grado

6°

ÍNDICE

ÍNDICE

Simón Rodríguez

Nació en Caracas el 28 de octubre de 1769 y murió en Amotape, Perú, el 23 de febrero de 1854. La vida del maestro se divide en cuatro etapas: un cuarto de siglo en Caracas; otro, en siete países de Europa; un tercer lapso, siete años, desde su retorno del Viejo Mundo hasta la muerte de Bolívar; y, un cuarto de siglo final, en el que publica sus obras.

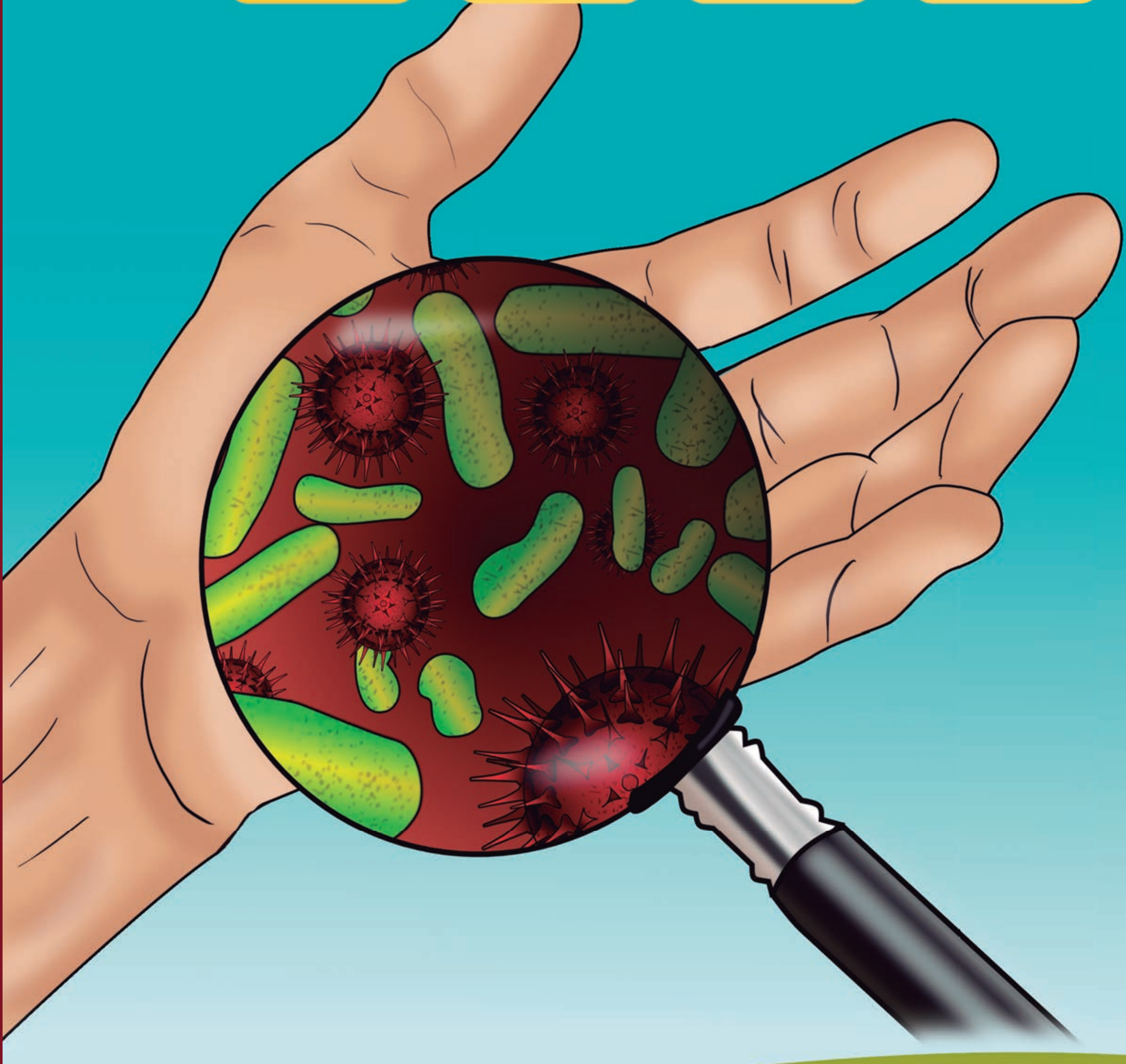
Su pensamiento educativo lo coloca en un sitial de honor como el pedagogo más importante del siglo XIX. Una de sus premisas fue promover la originalidad, y más en una realidad tan novedosa como la americana, porque la creatividad es la fuerza que impulsan a los pueblos de nuestra América a resolver los problemas que debe enfrentar. Lo expresaba claramente:

"Los acontecimientos irán demostrando que es una verdad muy obvia: la América no debe imitar servilmente sino ser original. ¿Dónde iremos a buscar modelos? La América española es original; originales han de ser sus instituciones y su gobierno, y originales los medios de fundar uno y otro". Insiste en repetirlo: "O inventamos o erramos".

Sociedades americanas (publicada en 1828) y *Luces y virtudes sociales* (publicada en Concepción en 1834 y en Valparaíso en 1840) son sus obras centrales. Su prédica social es por los más necesitados. De acuerdo con Simón Rodríguez las revoluciones se hacen para servir a los necesitados: "Para dar de comer al hambriento, para dar de vestir al desnudo, para dar posada al peregrino, para dar remedio al enfermo y para distraer de sus penas al triste".

Fue un hombre solidario. Todo lo que tenía lo puso al servicio de la causa social. La riqueza que acumuló en Europa la dejó íntegra en su proyecto de creación de escuelas para niños pobres, quienes serían los futuros republicanos. Sus preceptos son una invitación a romper con el individualismo y apoyar a los demás. "La mayor fatalidad del hombre –decía– en el Estado social, es no tener con sus semejantes, un común sentir de lo que conviene a todos".

1 Las bacterias, menos mal que son pequeñas



¡Algo para conversar!

¿Sabes cómo se multiplican las bacterias? Una bacteria puede multiplicarse muchas veces y seguirlo haciendo hasta producir enfermedades muy graves. Luego de un tiempo, según las condiciones en donde vive, puede morirse o ser atacada por otras bacterias que invaden su colonia. Si son las 4:00 pm cuando se alojó la primera en un ser viviente, a las 5:00 pm. habrá 2 bacterias. A las 6:00 pm habrá 4 bacterias, a las 7:00 pm. habrá 8 bacterias, y así sucesivamente.

Podemos hacer un modelo que nos indique cuántas bacterias hay a cualquier hora. Copia en tu cuaderno el cuadro y complétalo.

En particular, a las 8:00 de la noche, el cuadro indica que el número de bacterias es 16, así como a las 10:00 el número de bacterias es 64.

Hora (pm)	Tiempo transcurrido	Número de bacterias
4:00	0 horas	1
5:00	1 hora	2
6:00	2 horas	4
7:00	3 horas	8
8:00	4 horas	16
9:00	5 horas	32
10:00	6 horas	64

¿Podrías indicar cuántas bacterias habrá a las 9 de la mañana del día siguiente?

En matemática también abreviamos

Así como una manera de abreviar la adición es creando la multiplicación y decimos que $2+2+2+2+2+2+2 = 7 \times 2$ y el resultado es 14, tenemos ahora una manera de abreviar la multiplicación con factores iguales, por ejemplo: $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^9$ el nueve se escribe a la derecha y encima del 8.

Veamos otro ejemplo.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

Hay, que multiplicar el dos por dos y nuevamente por dos y así sucesivamente hasta multiplicar por el último 2.

Desarrollemos $2^5 = \underbrace{2 \times 2}_{4} \times 2 \times 2 \times 2$

$4 \times 2 \times 2 \times 2$

$8 \times 2 \times 2$

16×2

32

$2^5 = 32$

También lo podemos hacer así:

Desarrollemos $\underbrace{2 \times 2}_{4} \times \underbrace{2 \times 2}_{4} \times 2 = 2^5$

$\underbrace{4 \times 4}_{16} \times 2 = 2^5$

$\underbrace{16 \times 2}_{32} = 2^5$

$32 = 2^5$

$32 = 2^5$

$2^5 = 32$

También se puede hacer de la siguiente manera:

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 4 \times 2 = 16 \times 2 = 32$, por tanto, $2^5 = 32$

A este tipo de operación se le llama **POTENCIACIÓN**. En el ejemplo, $2^5 = 32$, al 2 se le denomina **BASE**, al 5 se le da el nombre de **EXPONENTE** y el 32 es el resultado o **POTENCIA**.

a^n → Exponente (n)
→ Base (a)

Se lee "a" **ELEVADO A LA** "n"

La **POTENCIACIÓN** es una operación que permite abreviar la multiplicación de factores iguales. Consiste en obtener el resultado de una multiplicación en que la cantidad de factores está indicado en el exponente.

Que tal si ahora calculas cuánto es:

a) Tres elevado a la cinco, 3^5=

b) Cuatro elevado a la tres, 4^3=

c) Tres elevado a la cuatro, 3^4=

d) Diez elevado a la cuatro, 10^4=

¡Algo para investigar!

Hay bacterias que pueden generar infecciones muy graves a las personas. En algunas cadenas de "comida chatarra" se han encontrado bacterias como la *Escherichia coli* (*Echerikia coli*) en la carne de las hamburguesas y en los medallones de carne de pollo, que pueden causarte una enfermedad severa. Por ese motivo debes ser muy cuidadoso o cuidadosa al comer en estos establecimientos que te ofrecen comida rápida, porque no todos cumplen con las condiciones higiénicas adecuadas.

Ofrecen darte un premio, para atraerte a ellos, pero este premio lo están pagando tus padres y tu salud. La *Escherichia coli* se duplica cada 20 minutos en condiciones óptimas y es muy resistente a los antibióticos.

Te presentamos un cuadro donde están registrados: la base de reproducción de la colonia, esto es lo que nos indica en cuánto se reproducen luego de pasado cierto tiempo; la hora en que fue tomada la medida; y el número de bacterias en miles de la colonia.

En los valores de las bacterias, en ciertos momentos algunos valores fueron borrados por error. ¿Podrías ayudar a completar el cuadro en tu cuaderno?

Base de reproducción de la colonia	Exponente de reproducción (hora)	Número de bacterias (en miles)
	4	16
3	5	
5	3	125
8		512
	10	1.024

Actividades

Identifica la base y el exponente, y calcula la potencia en los siguientes ejercicios:

a) $2^3 =$ b) $3^2 =$ c) $6^3 =$ d) $4^4 =$ e) $5^6 =$

¡Algo para conocer!

¿Qué son las bacterias?

Las bacterias son organismos unicelulares de tamaño microscópico. Algunas ayudan a convertir los alimentos en energía, a elaborar vitaminas y a proteger al cuerpo de los agentes perjudiciales. En nuestros intestinos tenemos más de 100 billones de bacterias, que constituyen la flora bacteriana.

El número diez elevado a la catorce lo podemos escribir de la siguiente manera: 10^{14} que es igual a 100.000.000.000.000. Por tanto 10^{14}=100.000.000.000.000 se lee CIEN MILLONES DE MILLONES.

Veamos:

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 100 \times 10 = 1.000$

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$

$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$ ¿puedes hacer en tu cuaderno lo que sigue?

$10^6 =$

$10^7 =$

Propiedades de la potenciación

No siempre las bacterias cuando se duplican se mueren. Esto ocurre cuando se agotan los nutrientes por el aumento de la población, cambian las condiciones óptimas en las cuales la bacteria se reproduce o hay algún otro agente que destruya a las bacterias, pero mientras tanto, están reproduciéndose y muriendo.

Hay colonias que se reproducen en un tiempo determinado varias veces. Si en una colonia en una hora el esquema de multiplicación de la población es de 5^3 y se vuelven a multiplicar con un factor de 5^6 antes de la otra medición, podemos estimar el crecimiento de la población en miles de bacterias, multiplicando los dos factores de crecimiento de la población.

Estudiemos cómo multiplicar potencias

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

Multipliquemos $5^3 \times 5^6$. Primero desarrollamos 5^3 y 5^6

$$5^3 \times 5^6 = \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{3 \text{ veces}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{6 \text{ veces}} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

Al contar la cantidad de cincos, resulta 9.

Esto lo podemos escribir así: $5^3 \times 5^6 = 5^9$

Veamos otro ejemplo: si el esquema de multiplicación de la población en otra colonia de bacterias fuera $6^7 \times 6^8$, desarrollamos cada uno de los factores y contamos cuántos seis tenemos que multiplicar.

$$6^7 \times 6^8 = \underbrace{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}_{7 \text{ veces}} \times \underbrace{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}_{8 \text{ veces}}$$

$$= 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$$

Así tenemos que: $6^7 \times 6^8 = 6^{15}$

También podemos resolver, $5^4 \times 5^7$; al multiplicar obtendremos como resultado:

$5^4 \times 5^7 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{11}$
$5^4 \times 5^7 = 5^{4+7} = 5^{11}$

Esta es una propiedad de la potenciación. Se denomina: **PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE.**

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

Podemos escribir la misma base y sumar los exponentes.

División de potencias de igual base

Hay poblaciones de bacterias en que la razón de crecimiento de las mismas, varía porque se comen entre sí. Como te digo, ¡hay bacterias que se comen unas a otras! Y además heredan toda la información que tenía la primera. También ocurre que algunas bacterias se comen entre sí y mueren las dos. Pero hay otras bacterias que su crecimiento varía por la temperatura, los niveles de humedad o los recursos que hay disponibles en un organismo para sobrevivir.

A veces cuando las bacterias infectan a una persona, hay que atacarlas con algún tipo de antibiótico que permita disminuir el crecimiento de la población de la bacteria hasta eliminarlas.

Para determinar cómo atacar a las bacterias dañinas en los organismos, los biólogos elaboran cultivos y estudian cómo crecen, para luego, utilizando esta información, colocar el antibiótico adecuado y destruirlas o, en su defecto, hacerlas inofensivas. En este caso necesitaremos de tu ayuda para hacer el estudio del crecimiento de algunas bacterias.

Imagínate que la población de una colonia de bacterias del tipo B varía de la siguiente manera: se multiplican con un factor de 3^6 cada media hora. Es decir, cada 30 minutos tendremos la potencia sexta de la anterior. ¿Cómo es eso? Al momento de contraer la infección, había una población mínima de bacterias, digamos 3. A la media hora, ya estas bacterias se han multiplicado y su colonia es de 3×3^6. O sea, según lo que hemos estudiado tendremos: $3 \times 3^6 = 3^7$, media hora más tarde la población será de $3^7 \times 3^6 = 3^{13}$, uyyy eso es 1.594.323 de bacterias. ¡Menos mal que son microscópicas! Y es por eso que hacen mucho daño en un organismo, pues crecen muy rápido. Cuando una bacteria entra a nuestro organismo, se produce un aumento de glóbulos blancos que van a defender nuestro cuerpo de las invasoras. Los glóbulos blancos tienen la capacidad de fagocitar a las bacterias dañinas.

¿Fago... qué?

Fagocitar, esto es que se las tragan y las desaparecen. Los glóbulos blancos que fagocitan a las bacterias tienen pocas horas de vida.

Si las bacterias de las que te hablamos, las del tipo B, están en el cuerpo y crecen a 3^6, nuestros glóbulos blancos las van atacando hasta que las logren eliminar. Si ellos no pueden, entonces con ayuda de la ciencia médica y la Misión Barrio Adentro te harán los exámenes necesarios y te suministrarán los medicamentos requeridos en forma gratuita para ayudar a mejorar tu salud.

El modelo en donde tú nos ayudarás, lo presentamos a continuación. Observa el cuadro que se presenta acerca de los exámenes hechos en el laboratorio.

Hora (pm)	Nº de bacterias	Total
6:00	3^4	
6:30	$3^4 \times 3^6$	3^{10}
7:00	$3^{10} \times 3^6$	
7:30	$3^{16} \times 3^6$	
8:00		
8:30		

Ahora, al observar la producción de glóbulos blancos, su crecimiento va aumentando para fagocitar a las bacterias invasoras y este crecimiento se corresponde con un modelo matemático de 3^2 cada media hora.

El examen elaborado da la siguiente relación:

Hora (pm)	Nº de bacterias	Glóbulos blancos	Total de bacterias
6:00	3^4	3^2	3^2
6:30	$3^2 \times 3^6$	$3^2 \times 3^2$	3^4
7:00	$3^4 \times 3^6$	$3^4 \times 3^2$	
7:30			

Matemáticamente, lo podemos expresar de la siguiente manera:

A las 6 pm

$$\frac{3^4}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3}$$

$$\frac{3^4}{3^2} = \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \times 3 \times 3$$

$\frac{3^4}{3^2} = 1 \times 1 \times 3 \times 3 = 3 \times 3$ y sólo quedaron 3×3 bacterias. Es decir,

$$\frac{3^4}{3^2} = 3^2 = 9$$

A las 6:30 pm había 3^8 bacterias y 3^4 glóbulos blancos que fagocitan:

$$\frac{3^8}{3^4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$\frac{3^8}{3^4} = \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \times \frac{3}{3} \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\frac{3^8}{3^4} = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

Lo que nos da que $\frac{3^8}{3^4} = 3^4$

La prueba donde tú nos vas a ayudar, consiste en que tenemos que hallar el modelo matemático que nos permita calcular rápidamente el número de bacterias que habrá a cualquier hora para ver qué antibiótico tienen que usar los médicos para ayudar a los glóbulos blancos a eliminar las bacterias dañinas.

Mira estos otros resultados que hemos encontrado y colocado en este cuadro:

Teníamos	Fórmula	Resultó
$\frac{3^4}{3^2}$		3^2
$\frac{3^8}{3^4}$		3^4
$\frac{3^{10}}{3^6}$		
$\frac{3^{12}}{3^8}$		

¿Cómo podemos hacer para simplificar los cálculos que hemos venido efectuando?

Veamos otro ejemplo:

$$\frac{5^7}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5}$$

$$= \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$= 1 \times 1 \times 1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

Te pregunto: ¿Habrá una forma más rápida de hacerlo? Construye la fórmula que verifique lo anterior .

Esta es otra propiedad de la potenciación. Se denomina: **COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE.**

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Podemos escribir la misma base y restar los exponentes.

Algunas cosas interesantes que podemos probar

Analicemos los siguientes planteamientos:

1) $\frac{5^3}{5^3} = \frac{125}{125} = 1$, pero si aplico la propiedad anterior, queda $\frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$ uniendo ambas igualdades, se concluye: $5^0 = 1$.

2) $\frac{2^3}{2^3} = \frac{8}{8} = 1$, pero si aplico la propiedad anterior, queda $\frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0$ entonces $2^0 = 1$.

¿Qué pueden concluir de los planteamientos anteriores?

Es correcto, si la base "a" es distinta de cero, podemos entonces concluir que $a^0 = 1$.

3) $\frac{5^4}{5^3} = \frac{625}{125} = 5$, pero, $\frac{5^4}{5^3} = 5^{4-3} = 5^1$ Por tanto, $5 = 5^1$

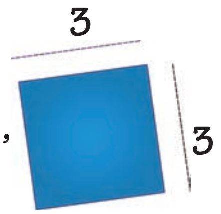
Podemos concluir de lo anterior que todo número "a" elevado a la 1, es igual al numero, es decir, $a^1 = a$.

¡Algo para conocer!

Sabes que los estudios sobre las bacterias han producido muchos antibióticos para defender a los seres humanos de las enfermedades, pero hay países que han aprovechado los mismos para producir armas mortales.

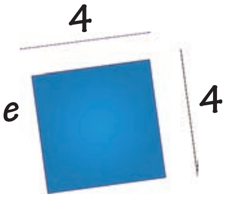
Visión geométrica de la potenciación

ELEVANDO AL CUADRADO



Si queremos calcular el área de un cuadrado de lado 3, multiplicamos lado por lado, es decir, $l \times l = l^2$.

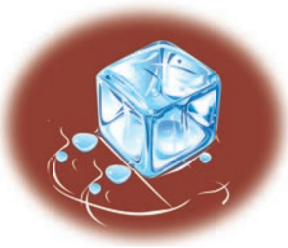
En este caso el área del cuadrado será $3 \times 3 = 3^2$ y $3^2 = 9$.



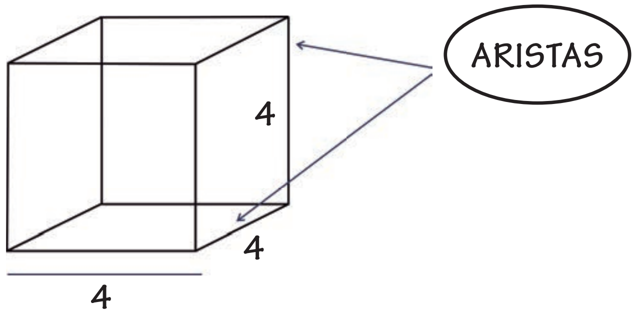
Si fuese 4^2 (cuatro al cuadrado) y tuvieras que explicarlo de manera geométrica, ¿cómo lo harías?

ELEVANDO AL CUBO

Ahora mira cómo podemos explicar 4^3, es decir, cuatro elevado a la tres o cuatro al cubo. Un cubo es un paralelepípedo recto. Tiene ocho aristas y cada una de ellas tiene igual medida.



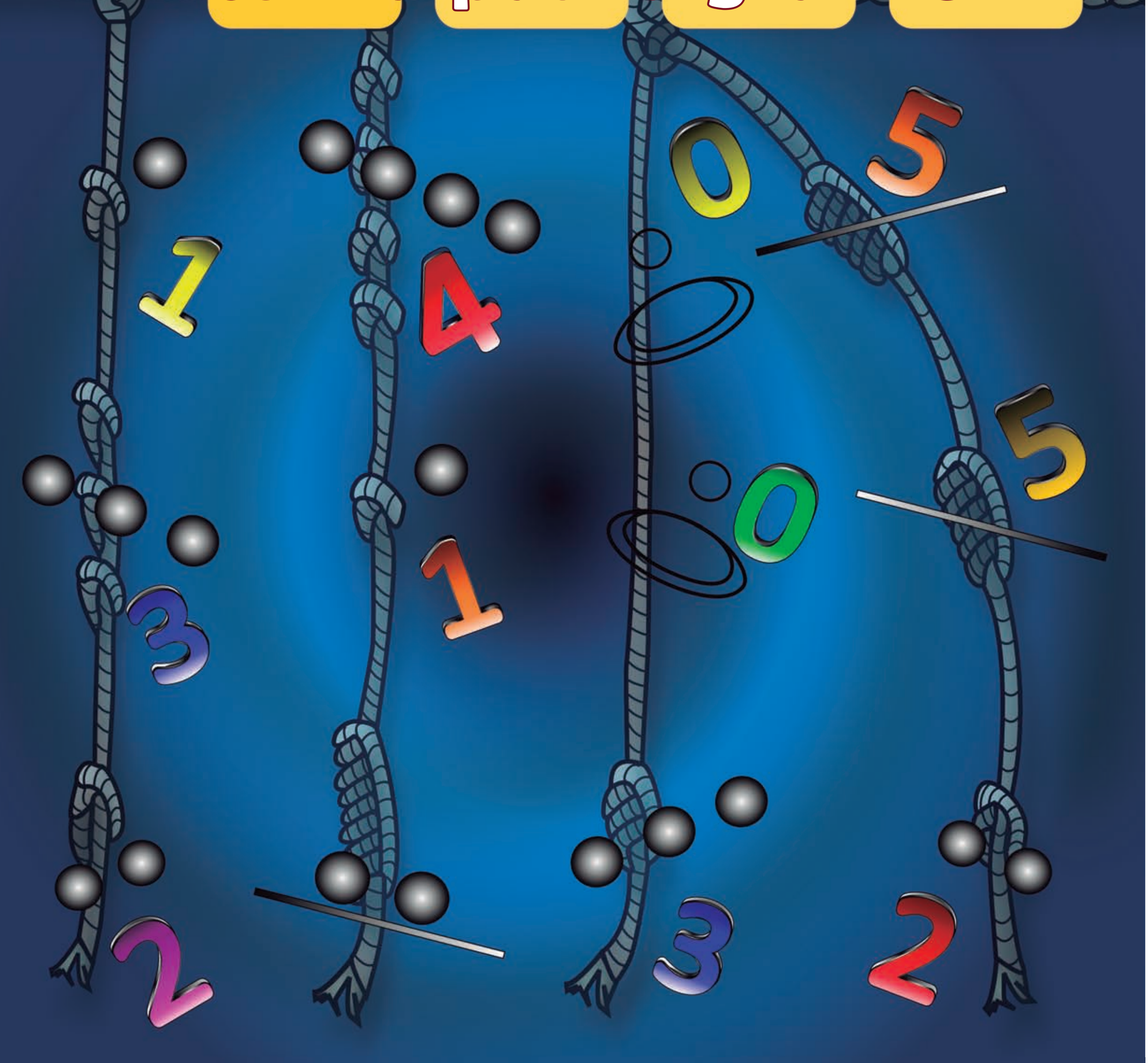
Aquí tienes una representación de un cubo, en donde se muestran las aristas. Como ves, hemos supuesto que cada una mide 4 unidades. Para calcular el volumen de un cubo tenemos que multiplicar dos aristas y luego este resultado por la tercera arista.



Si utilizamos la letra "a" para indicar la arista, podemos escribir $a \times a \times a = a^3$. Como en este caso hemos supuesto que las aristas del cubo miden 4 unidades, tendríamos $4 \times 4 \times 4 = 4^3$, lo que leeremos 4 al cubo o cuatro elevado a la tres.

$4 \times 4 \times 4 = 16 \times 4 = 64$, por tanto $4^3 = 64$

2 Contando también con la patria grande



El número es parte integral de nuestra vida cotidiana como individuos. A través de un número señalamos nuestra edad, el año en que nacimos o la cantidad de miembros de nuestra familia. Usamos números para informar sobre nuestra cédula de identidad, para conocer cuánto vale un cierto artículo, para saber nuestra altura, para decir cuánto tiempo nos lleva ir de la casa a la escuela, en fin, el número está presente en nuestro día a día. Pero, ¿cómo surgen los números? Estos son una creación de la mente humana para poder responder a la necesidad de contar objetos.

Contando con los Waraos

Los Waraos son pobladores indígenas originarios que forman el grupo humano más antiguo de Venezuela. Forman una sociedad que se dedica a la pesca y al cultivo de algunas hortalizas. Habitan en el delta del Orinoco desde hace unos 8.000 o 9.000 años y de los caños de la desembocadura del río Orinoco extraen sus medios de subsistencia, con un extraordinario y profundo conocimiento geográfico y ecológico del medio.

En el Censo Nacional 2001 se registraron un total de 36.028 indígenas Waraos. De ese total, 28.066 expresaron ser waraohablantes, del resto no se obtuvo información.

Warao significa en su lenguaje "gente de bajío" (waja: bajío; arao: gente, habitante) o también "gente de canoa" (wa: embarcación; arao: gente). Los Waraos constituyen numéricamente la segunda etnia indígena del país, después de los Wayúus en el Zulia.

Nuestros Waraos tienen un sistema para contar, que está vinculado con sus manos y su cuerpo completo.

Veamos algunos de los números que utilizan:

1	Jisaka
2	Manamo
3	Dijanamo
4	Orabakaya
5	Mojabasi
6	Mojo/matana jisaka (mano y uno de otra mano)
7	Mojo/matana manamo (mano y dos de otra mano)
8	Mojo/matana dijanamo (mano y tres de otra mano)
10	Mojo/reko (ambas manos)
11	Mojo/reko arai jisaka (ambas manos y uno)
12	Mojo/reko arai manamo (ambas manos y dos)
20	Warao jisaka (una persona)
40	Warao manamo (dos personas)
100	Waráu mohabási (cinco personas)

Los sistemas de numeración

Los símbolos que se tienen para poder formar números y las reglas que se utilizan para hacer su lectura y escritura conforman un SISTEMA DE NUMERACIÓN.

Vamos a realizar una actividad que nos permita construir un sistema de numeración:

Dibuja en tu cuaderno el siguiente cuadro:

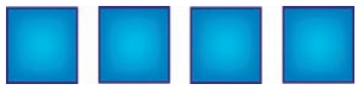
4	2	1

Cada uno de los y las estudiantes deberá recortar cartoncitos o trocitos de foami de tres colores diferentes; estos se colocarán en el cuadro hecho, para representar números, con las siguientes condiciones:

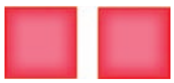
a) Cada cartoncito colocado en la columna de la derecha valdrá una unidad. Todos los cartoncitos o trocitos de foami que se coloquen en esta columna deberán ser de un mismo color (en nuestro caso, son de color azul).
b) Cada cartoncito colocado en la columna del centro valdrá dos unidades. Aquí debes utilizar otro color, nosotros usamos el rojo.
c) Cada cartoncito colocado en el cuadro de la izquierda valdrá cuatro unidades. Igualmente debes utilizar otro color de cartoncito o foami; aquí colocamos el amarillo.
d) El número representado será igual a la suma de todos los valores de los cartoncitos o trocitos de foami colocados en cada columna.

Te invitamos a representar el número cuatro y compararlo con las otras representaciones que hayan hecho tus compañeros y compañeras.

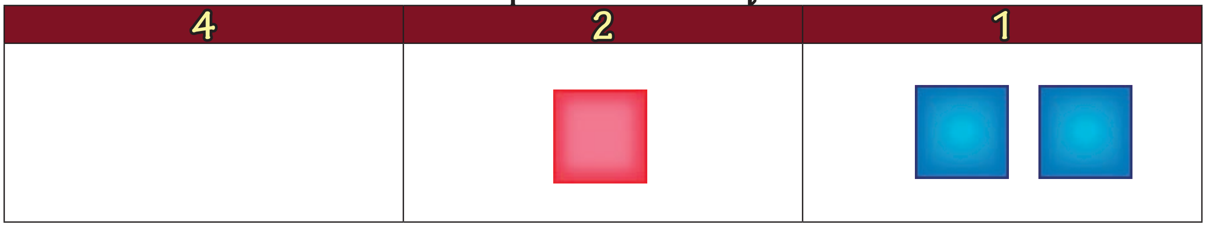
En la Escuela Venezuela algunos estudiantes obtuvieron diferentes representaciones. Felipe lo representó así:

4	2	1
		

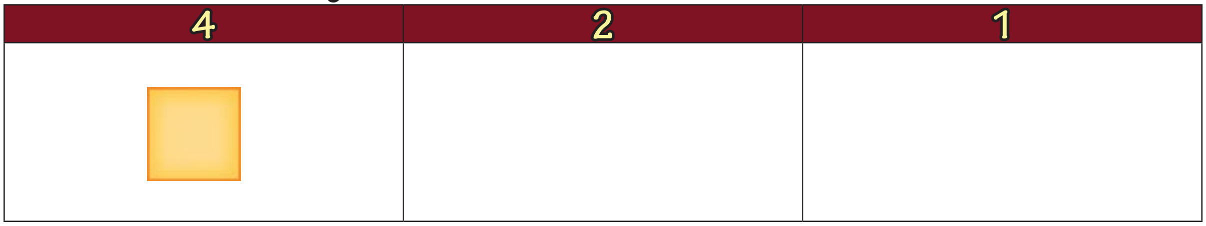
Marisbelia dijo que ella prefería esta representación:

4	2	1
		

En el caso de Rosalía, esta fue la representación que utilizó:



Guillermo lo hizo de la siguiente manera:



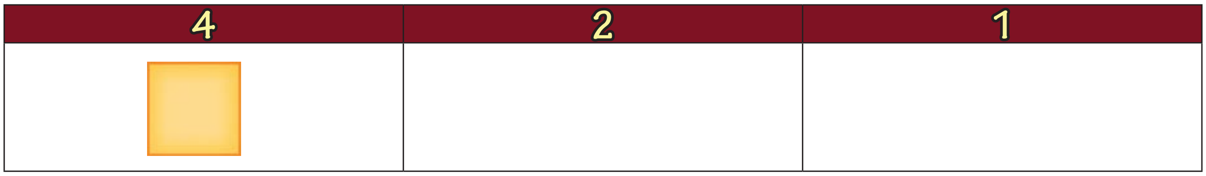
Observa que hemos representado, de acuerdo con las reglas establecidas, el número 4, de cuatro maneras diferentes:

$4 = 1 + 1 + 1 + 1$; $4 = 2 + 2$; $4 = 2 + 1 + 1$ y, finalmente, 4.

Vamos ahora a agregar una regla adicional. Consideraremos que la representación más adecuada, para cada número, será aquella que utilice el menor número de cartoncitos o trocitos de foami.

Con esta regla, ¿cuáles serán las mejores representaciones para el 4, de las que realizaron los estudiantes de la Escuela Venezuela?

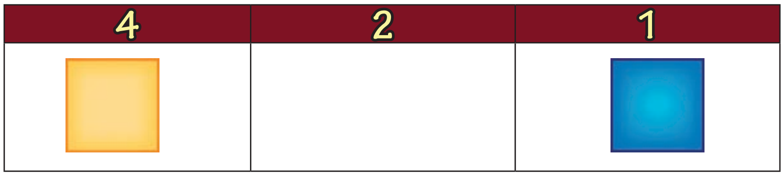
Estás en lo correcto si respondiste que la mejor representación la realizó Guillermo, es decir, un cartoncito en la columna del 4.



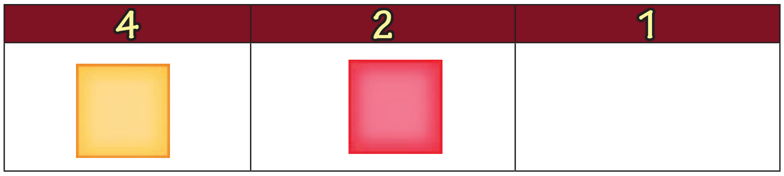
Ahora, con un procedimiento similar te invitamos a representar el 5, el 6 y el 7.

Discute las representaciones obtenidas con tus compañeros y compañeras, con la guía de tu docente.

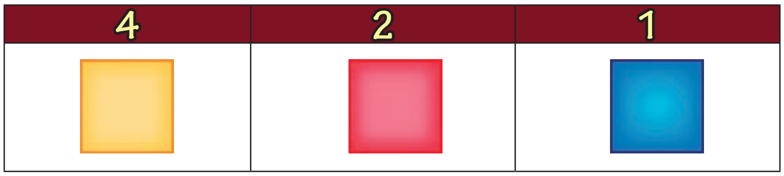
Debes haber obtenido algo como lo siguiente:



$5 = 4 + 1$



$6 = 4 + 2$



$7 = 4 + 2 + 1$

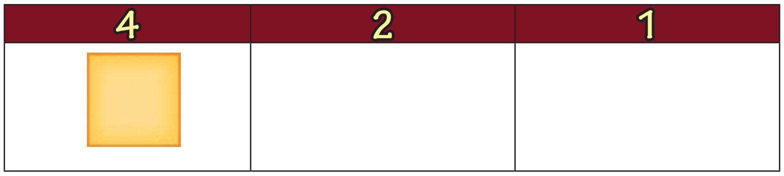
Observa cada una de esas representaciones y responde lo siguiente:

¿Qué cantidad de cartoncitos utilizaste en cada casilla para cada una de las representaciones?

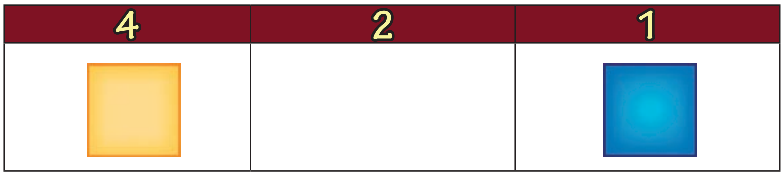
¿Cuál es la máxima cantidad de cartoncitos que colocaste en cada casilla para cada una de las representaciones?

De acuerdo con tus respuestas anteriores, vamos a contar el número de cartoncitos que tenemos en cada casilla y colocar el número correspondiente.

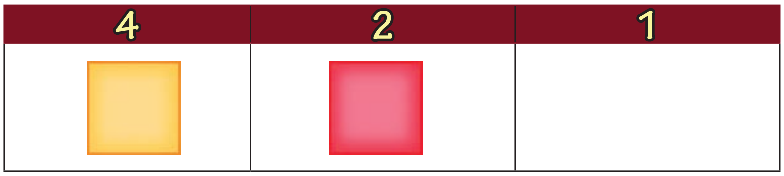
Cuando no haya cartoncito, es decir, cuando haya ausencia de elementos, colocamos 0.



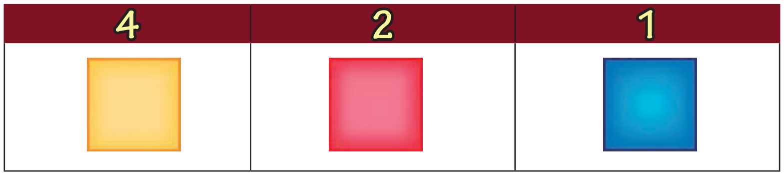
1 0 0



1 0 1



1 1 0



1 1 1

De acuerdo con los cuadros anteriores, ¿cuántas y cuáles cifras estamos utilizando para representar cada uno de los números? Estamos utilizando sólo dos cifras: el 0 y el 1.

Si quisiéramos mantener el conjunto de reglas que hemos ido proponiendo y que nos llevan a utilizar solamente el 0 y el 1, ¿cómo haríamos para representar el número 8? ¿Lo podemos hacer con las tres columnas que tenemos?

Efectivamente, no podemos representarlo utilizando las columnas que tenemos y con las reglas que hemos planteado. Por lo tanto, nos vemos en la necesidad de agregar otra columna, cuyo valor debe ser 8.

¿Por qué? ¿Cuál es el máximo número que podemos representar usando esas cuatro columnas? ¿Cuál será el valor de la siguiente columna después de la columna del 8?

Observemos también que los números 1, 2, 4, 8 y 16 pueden ser expresados de la siguiente manera:

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$	$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$	$4 = 2 \times 2 = 2^2$	$2 = 2^1$	$1 = 2^0$

Tenemos, entonces, que cada columna que coloquemos en el cuadro representa una potencia de base 2 y que para abrir una nueva columna debemos multiplicar el valor de la columna anterior por 2. En consecuencia, hemos construido un sistema de numeración posicional base 2 o sistema binario.

Para indicar que un número está escrito en el sistema binario, debemos colocar un subíndice, en este caso el 2, que nos permite conocer en cuál base está representado el número. En los casos anteriores representamos los números 4, 5, 6 y 7 del sistema de numeración decimal en sistema binario. Estos números se deben escribir de la siguiente manera:

$$4 = 100_2 \qquad 5 = 101_2 \qquad 6 = 110_2 \qquad 7 = 111_2$$

En resumen, el sistema de numeración binario tiene las siguientes características:

1) Utiliza dos símbolos: el 0 y el 1. Cada cifra, en nuestro caso el 1, tiene un valor de acuerdo con la posición que ocupa. Es decir, es un sistema posicional.
2) Cada columna representa una potencia de base 2, comenzando con 2^0.
3) El número representado se obtiene mediante la suma de los valores que tenga la cifra de acuerdo con su posición. Es decir, el sistema posicional tiene un principio aditivo.

Actividades

En tu cuaderno vas a copiar un cuadro como el que te presentamos a continuación. Vamos a utilizar las reglas de lo que hicimos anteriormente, con los únicos cambios de que los cartoncitos valdrán 1, 5 o 25 de acuerdo con la columna donde se coloquen.

25	5	1

Te invitamos entonces a realizar y responder lo siguiente:

1) Representa los siguientes números: 4, 5, 9, 24, 38, 84, 112.
2) Escribe, para cada uno de los números representados, la cifra correspondiente al número de cartoncitos colocados en cada columna.
3) ¿Cuántas y cuáles cifras has utilizado para representar esos números?
4) ¿Cuál es el máximo número de cartoncitos que puedes colocar en cada columna? ¿Por qué?
5) Si tienes cinco cartoncitos en la columna del 1, ¿por cuántos cartoncitos los puedes cambiar en la columna del 5? Y si tienes cinco cartoncitos en la columna del 5, ¿por cuántos cartoncitos los puedes cambiar en la columna del 25?
6) ¿Qué harías si tienes que representar el número 125?
7) ¿Qué relación observas entre el valor de las columnas y las potencias de base 5?

En consecuencia, hemos construido un sistema de numeración posicional base 5, conocido como sistema de numeración quinario. Este sistema utiliza cinco cifras (0, 1, 2, 3 y 4) y cada columna representa una potencia de base 5, comenzando con 5^0. Ello permite que cinco elementos que estén en una determinada columna deban ser sustituidos por un elemento en la columna siguiente. Recuerda que al expresar un número en el sistema de base 5 debes colocar el subíndice 5. Ejemplo: $17 = 32_5$

Sistema de numeración decimal

Tú has venido trabajando a lo largo de los cinco grados anteriores con un sistema de numeración que hemos llamado sistema de numeración decimal. También has podido medir utilizando el sistema métrico decimal.

En nuestra lección hemos hecho actividades relacionadas con dos sistemas de numeración, como son el sistema de numeración binario o sistema de numeración posicional base 2 y el sistema de numeración quinario o sistema de numeración posicional base 5.

Con los conocimientos que has venido adquiriendo en tu Educación Primaria, vamos a tratar de analizar qué semejanzas y diferencias puede tener nuestro sistema de numeración decimal con los sistemas binario y quinario.

Veamos las columnas que utilizamos para representar números en estos dos últimos sistemas:

Sistema binario (0, 1)

4	2	1

Sistema quinario (0, 1, 2, 3, 4)

25	5	1

¿Cuáles serían los valores de las columnas que utilizaríamos para representar números en el sistema de numeración decimal? Recuerda las unidades, decenas y centenas. Tendremos, entonces, lo siguiente:

100	10	1

Actividades

El sistema binario, o de base 2, utiliza dos símbolos (0, 1); el sistema quinario, o de base 5, utiliza cinco símbolos (0, 1, 2, 3, 4).

1) ¿Cuántos y cuáles símbolos utiliza el sistema de numeración decimal?
2) ¿Por qué podemos afirmar que el sistema de numeración decimal es un sistema de numeración posicional base 10? ¿Puedes expresar el valor de cada columna como una potencia de 10?
3) ¿Cuál es el máximo número de elementos que puedes colocar en las columnas de un sistema de base 10?
4) ¿Cuál es el máximo número que puedes representar, usando las tres primeras columnas, en el sistema de numeración decimal?
5) ¿Por cuánto debes multiplicar, cada vez, para abrir una nueva casilla?
6) ¿Por qué podemos decir que el sistema de numeración decimal cumple con el principio aditivo?

Después de reflexionar y conversar con tus compañeras, compañeros y docente sobre las respuestas a las interrogantes anteriores, podemos llegar a algunas conclusiones:

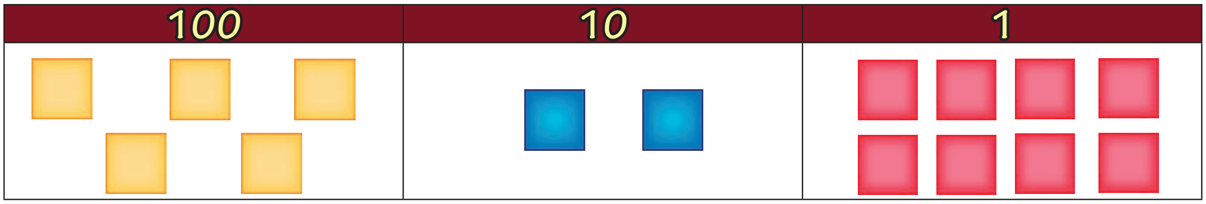
El sistema de numeración decimal utiliza diez símbolos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9). Si expresamos el valor de cada columna como una potencia de 10 tendremos, comenzando por la columna de la derecha, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, y así sucesivamente. El número representado se obtiene sumando los valores que tengan las cifras de acuerdo a su posición.

Como en el caso del sistema binario, no se puede colocar más de 1 elemento en cada columna, en el de base 5 se pueden colocar hasta cuatro, de la misma manera, en el sistema de numeración decimal no se pueden colocar más de 9 elementos. Esto lo podemos ratificar al ver que el sistema utiliza 10 cifras, del 1 al 9, más el cero. Este se utiliza en ausencia de elementos en una posición o casilla determinada.

Como hemos visto hasta el momento, el sistema de numeración decimal también cumple con el principio aditivo, ya que para saber el valor total de un número debemos sumar el valor de los elementos colocados en cada casilla.

En los sistemas de numeración podemos expresar un número de diversas maneras. Por ejemplo, en el sistema de numeración decimal, si nosotros representamos el número 528, tendremos 8 unidades, 2 centenas y 5 centenas.

Por tanto, podemos expresar lo siguiente:



5 2 8

$$\begin{aligned} 528 &= 500 + 20 + 8 \\ &= 5 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1 \\ &= 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0 \end{aligned}$$

Actividades

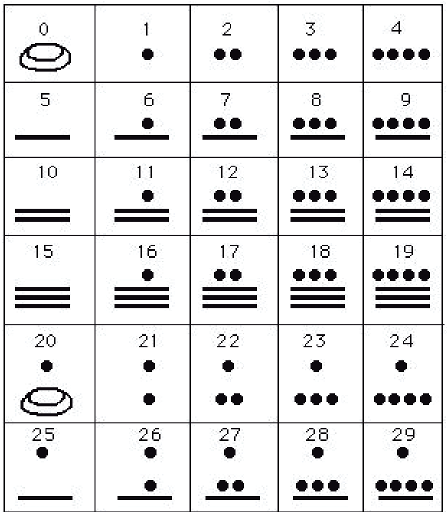
Representa el número 6.666 en el sistema de numeración decimal y te invitamos a realizar y responder lo siguiente:

1) ¿Qué valor tiene cada una de esas cifras de acuerdo con el valor que ocupa? Esto lo llamaremos el valor relativo o posicional de la cifra, que es el valor que ocupa una cifra de acuerdo con su posición en el número que se escribe.
2) ¿Qué valor tiene cada una de las cifras del número 6.666, independientemente de la posición que ocupa? Esto lo llamaremos el valor absoluto de cada cifra.
3) Expresa el 6.666 como la suma de cuatro sumandos, donde cada uno de ellos quede indicado como la multiplicación de 6 por una potencia de 10.

Otros sistemas de numeración

Nuestro sistema de numeración decimal es de origen hindú-arábigo y es el resultado de un largo camino de muchos siglos donde hubo aportes de varios sistemas de numeración.

Los babilonios, a principios del año 2000 a.C, la civilización china en el siglo I a.C. y la civilización maya en el siglo V d.C. ya habían desarrollado sistemas de numeración posicionales. Te presentamos para tu información algunos de los símbolos que utilizaron los Mayas:



En la antigua Roma se desarrolló un sistema de numeración que es no posicional. Está compuesto de siete símbolos fundamentales: I, V, X, L, C, D y M, que representan el 1, 5, 10, 50, 100, 500 y 1.000, respectivamente. Es no posicional porque el símbolo mantiene su valor, independiente de la posición que ocupe.

La complejidad para su escritura y para efectuar operaciones aritméticas llevó a su desplazamiento por otros sistemas más prácticos, tales como el sistema de numeración decimal. Actualmente, su uso se limita para nombrar los siglos, en los actos y escenas de una obra de teatro, para designar olimpiadas, congresos y certámenes o en la numeración de reyes, emperadores y papas, entre otros.

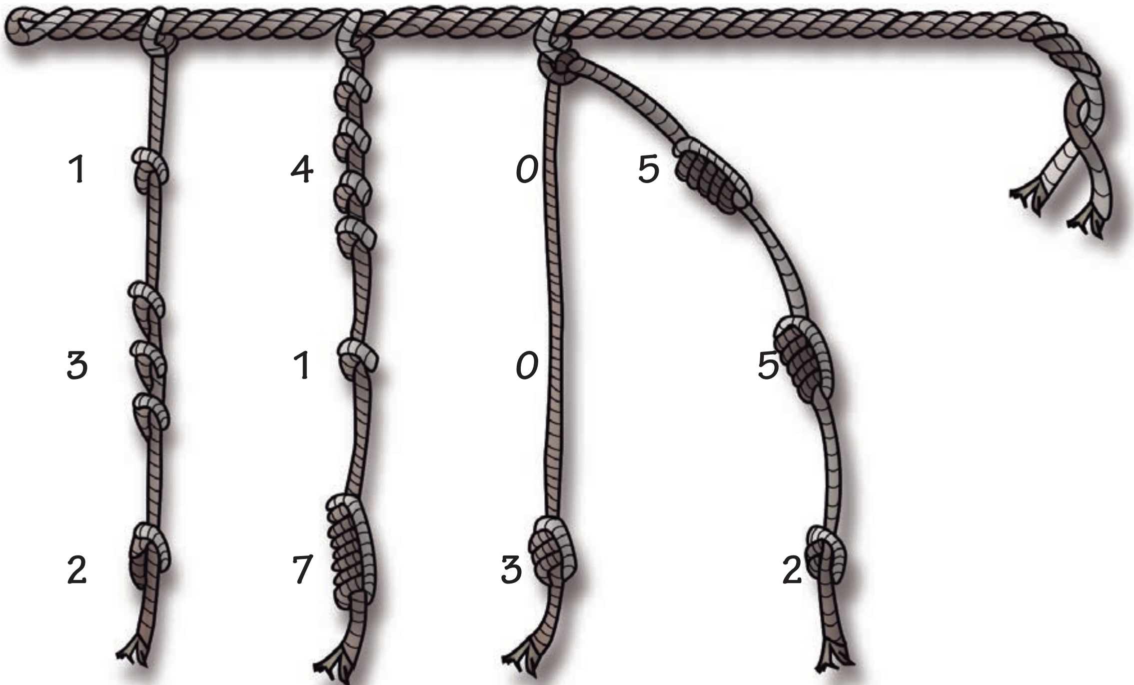
1 = I	10 = X	100 = C
2 = II	20 = XX	200 = CC
3 = III	30 = XXX	300 = CCC
4 = IV	40 = XL	400 = CD
5 = V	50 = L	500 = D
6 = VI	60 = LX	600 = DC
7 = VII	70 = LXX	700 = DCC
8 = VIII	80 = LXXX	800 = DCCC
9 = IX	90 = XC	1000 = M

Sistema de numeración romano

¡Algo para conocer!

Los Incas, civilización andina de América del Sur, desarrollaron una forma de registrar cantidades y representar números mediante un sistema de numeración decimal posicional: un conjunto de cuerdas con nudos denominada quipus ("khipu" en quechua significa nudo). En cada cuerda se representaban los números, poniendo en lo más alto la decena de millar, después la unidad de millar, y así hasta llegar a las unidades en el extremo inferior de la cuerda. Esto se hizo en el mismo momento en que Europa se asumió el sistema de numeración hindú-arábigo, lo cual es una muestra indudable de que nuestras civilizaciones precolombinas poseían un ingenio y una sabiduría que debe ser reconocida y de lo cual sentirnos orgullosos.

En el gráfico te mostramos una representación del sistema de numeración inca, donde se presentan tres sumandos, y el resultado de la suma:



132 + 417 + 3 = 552

3 En orden se vive mejor

Para vivir en comunidad se requiere además de respet a los demás, mantener hábitos de higiene, orden y limpieza

Es necesario ducharnos diariamente para mantenerno saludables. De igual modo, lavarnos las manos antes después de comer, así como también después de ir al baño.

La limpieza en el uniforme escolar, ademas de crear una imagen de pulcritud, provoca acercamiento social de los demás hacia nuestra persona. Asimismo, el orden en el bolso o maletín donde llevamos nuestros cuadernos para la clase, es necesario si queremos encontrar las cosas cuando las buscamos. El orden también es importante en los números. Por esto el maestro Simón le dice a los niños y las niñas:

Como ya sabemos, nuestro sistema numérico tiene diez dígitos o cifras. Los dígitos que se usan son:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Por ejemplo, el número 2 tiene una sola cifra, el 123 tiene tres cifras y el 4.523 tiene cuatro cifras.

Las cifras del sistema puedes usarlas para contar hasta 9. Pero si deseas continuar la numeración, debes pasar a otra posición. Estaríamos hablando de números de dos cifras, luego del 99 tendrías que pasar a números de tres cifras, y así sucesivamente hasta el infinito.

Observemos el siguiente cuadro y reflexionemos por qué nuestro sistema posicional es un sistema de numeración decimal.

Órdenes y subórdenes	
Unidad de mil millones	Mil millones de unidades
Centena de millón	Cien millones de unidades
Decena de millón	Diez millones de unidades
Unidad de millón	Un millón de unidades
Centena de mil	Cien mil unidades
Decena de mil	Diez mil unidades
Unidad de mil	Mil unidades
Centena	Cien unidades
Decena	Diez unidades
Unidad	1 unidad
Décima	0,1
Centésima	0,01
Milésima	0,001
Diezmilésima	0,0001
Cienmilésima	0,00001
Millonésima	0,000001
Diezmillonésima	0,0000001
Cienmillonésima	0,00000001
Milmillonésima	0,000000001

Cada 10 unidades de un orden forman una unidad del orden inmediato superior. Por ejemplo, 10 unidades es igual a 1 decena, 10 decenas es igual a 1 centena, 10 unidades de millón es igual a 1 decena de millón. Representemos los siguientes números, 65.269 y 78,43.

Centena de mil	Decena de mil	Unidad de mil	Centena	Decena	Unidad	décimas	centésimas
	6	5	2	6	9		
				7	8,	4	3

Así, en el número 65.269 se observan dos 6. Son la misma cifra o dígito, pero los dos 6 se encuentran en diferentes posiciones. El 6 en la posición de la "decena de mil", tiene más valor que el 6 ubicado en la "decena".

Esto se debe a que el 6 en la posición de la "decena de mil" es igual a 60.000 (sesenta mil unidades) y el 6 ubicado en la "decena" es igual a 60 (sesenta unidades).

Ahora, ¿qué observas en las dos cantidades representadas?

Como puedes ver, la cantidad 65.269 tiene un punto. El punto nos ayuda a identificar la clase posicional. Es decir, por cada tres cifras, colocamos el punto de derecha a izquierda; iremos pasando de las unidades de mil (millares) a las unidades de millón, después a las unidades de mil millones, y así sucesivamente.

La cantidad 65.269 pertenece a los números naturales. Su representación en forma de conjunto es de la siguiente manera N={0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

Son todos los números que utilizamos para contar, entre otras cosas. Se inicia en cero, continúa hasta el infinito (no tiene fin) y siempre son positivos.

El otro número que hemos representado, el 78,43, tiene una coma, es decir, es un número decimal.

Aun cuando todos los números que conocemos hasta ahora son números decimales, pues nuestro sistema de numeración es base 10, estas expresiones en particular son llamadas **NÚMEROS DECIMALES**.

Los números decimales sirven para representar cantidades no exactas de unidades. Están formados por la parte entera (a la izquierda de la coma), y la parte decimal (a la derecha de la coma).

78,43

Parte entera — Parte decimal

Existen diferentes tipos de números decimales;

a) Cuando la parte decimal posee un número determinado de cifras decimales, (número decimal exacto), por ejemplo, 7,5

b) Cuando poseen en la parte decimal infinitas cifras decimales (número decimal no exacto), pudiendo ser periódicos (donde las cifras se van a repetir), por ejemplo, 3,3333333... o no periódicos (donde las infinitas cifras no se van a repetir) por ejemplo, 3,141592654...

Orden y ordeno

El maestro Simón informa que un grupo de seis jóvenes de 6º grado, de la Escuela Venezuela, midieron su estatura y anotaron los resultados en un cuadro que se presenta a continuación:

Nombre	Estatura (metros)
Carmen Alicia	1,57
Marisbelia	1,60
Leonardo	1,62
Cristina	1,54
Daniel	1,68
Javier	1,66

El maestro Simón nos pregunta ¿cuál de ellos tiene la mayor estatura?

Ya nosotros conocemos cómo se pueden comparar dos números naturales.

Una manera de hacerlo es observando sus cifras. Así sabemos, por ejemplo, que 142.984 es mayor que 120.536, porque aunque ambos números tiene una centena de mil; el primero de ellos tiene 4 decenas de mil y el segundo 2 decenas de mil.

CM	DM	UM	C	D	U
1	4	2	9	8	4
1	2	0	5	3	6

Podemos escribirlo así:

$$142.984 > 120.536$$

Y se lee: ciento cuarenta y dos mil novecientos ochenta y cuatro ES MAYOR QUE ciento veinte mil quinientos treinta y seis.

ORDEN EN LOS NÚMEROS DECIMALES

Siguiendo un razonamiento similar, vamos a colocar las estaturas de los estudiantes de 6º grado en un cartel de valor:

Metro (m)		Decímetro (dm)	Centímetro (cm)
1	,	5	7
1	,	6	0
1	,	6	2
1	,	5	4
1	,	6	8
1	,	6	6

Si observamos el cartel de valor, tenemos que todas las estaturas tienen el 1 en el lugar de las unidades (metro), luego al pasar a las décimas (decímetro) se tiene que dos de las estaturas tienen 5 décimas y 4 de ellas tiene 6 décimas. Cuando vamos a las centésimas (centímetro), tendremos que 1,68 es la que tiene el mayor número de centésimas, por tanto, es la mayor de las estaturas, y le siguen 1,66,1,62 y 1,60.

Tenemos, entonces, que de mayor a menor podemos ordenar las estaturas así:

1,68; 1,66; 1,62; 1,60; 1,57; 1,54.

Utilizando el símbolo ">", que sabemos ya que significa "mayor que", tenemos:

$$1{,}68 > 1{,}66 > 1{,}62 > 1{,}60 > 1{,}57 > 1{,}54$$

Operando con los números decimales

ADICIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Para decorar y organizar el salón de sexto grado, los y las estudiantes decidieron solicitar colaboración para elaborar una cortina de tela. La mamá de Jolmari donó dos trozos de tela que se van a unir para hacer la cortina. Uno mide 1,25 m y el otro 3,52 m.

Para saber cuánta tela tenemos, debemos sumar los dos trozos de tela. Como las dos medidas están expresadas en números decimales, debemos recordar que se tienen que colocar unidades con unidades, decímetros con decímetros y centímetros con centímetros, tal como hicimos en grados anteriores.

En la adición de números decimales se cumplen las mismas propiedades que en los números naturales. Veamos:

U		DM	CM	
1	,	2	5	+
3	,	5	2	
4	,	7	7	

1) Propiedad conmutativa: El orden de los sumandos no altera la suma total.
   Ejemplo: $1,25 + 3,52 = 3,52 + 1,25$
   $4,77 = 4,77$
2) Propiedad asociativa: Cuando se tienen más de dos sumandos la forma en que ellos se agrupan no altera el resultado o suma.
   Ejemplo: $(2,00 + 1,25) + 3,25 = 2,00 + (1,25 + 3,52)$
   $3,25 + 3,52 = 2,00 + 4,77$
   $6,77 = 6,77$

3) Elemento neutro de la adición de los números decimales es el cero al igual que en los números naturales.
   Ejemplo: $5,4 + 0 = 0 + 5,4 = 5,4$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS DECIMALES.

Al igual que en la adición, al efectuar la sustracción de números decimales debemos mantener el orden posicional. Adicionalmente, debemos colocar primero el minuendo y luego el sustraendo, tal como mostramos a continuación.

U		DM	CM	
4	,	3	7	−
2	,	1	4	
2	,	2	3	

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

En la multiplicación de los números decimales se cumplen todas las propiedades que estudiaste para la multiplicación de los números naturales. Verifica con algunos ejemplos que se cumplan las propiedades: conmutativa, asociativa, el 1 como elemento neutro de la multiplicación de decimales y la distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Veamos ahora, paso a paso, un ejemplo de multiplicación de números decimales.

El Gobierno nacional ha llevado adelante un programa para que la población adulta obtenga su título de bachiller. Este programa se conoce como la Misión Ribas. La Escuela Venezuela es utilizada por esta misión después de las 6:00 pm, y hacen uso de un televisor que está en el aula, por dos horas y media cada día. El consumo eléctrico de ese aparato es de 0,093 kWh. Queremos conocer cuál será el consumo diario del televisor; para ello debemos multiplicar 0,093 x 2,5.

$$\begin{array}{r l} \scriptstyle 1 & \\ 0{,}093 & \times \\ 2{,}5 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

Al multiplicar 5 décimas por 3 milésimas, nos quedan 15 diezmilésimas. ¿Cómo es eso que al multiplicar 5 décimas por 3 milésimas nos da 15 diezmilésimas? Observa: 5 décimas lo podemos escribir como $\frac{5}{10}$ y 3 milésimas como $\frac{3}{1.000}$. Si multiplicamos $\frac{5}{10} \times \frac{3}{1.000} = \frac{15}{10.000}$ esto es, 15 diezmilésimas, lo que es igual a 0,0015. Es por eso que escribimos el 5 en el lugar de las diezmilésimas y llevamos 1 al lugar de las milésimas.

$$\begin{array}{r l} \scriptstyle 4\,1 & \\ 0{,}093 & \times \\ 2{,}5 & \\ \hline 65 & \end{array}$$

Algo similar ocurre cuando multiplicamos 5 décimas por 9 centésimas: nos da 45 milésimas. Fíjate que 5 décimas lo escribimos $\frac{5}{10}$ y 9 centésimas como $\frac{9}{100}$; al multiplicar quedará $\frac{5}{10} \times \frac{9}{100} = \frac{45}{1.000}$, esto es, 45 milésimas y una que llevábamos, son 46 milésimas. Colocamos las 6 milésimas y reagrupamos 4 centésimas.

$$\begin{array}{r l} \scriptstyle 4\,1 & \\ 0{,}093 & \times \\ 2{,}5 & \\ \hline 465 & \end{array}$$

Nos toca multiplicar 5 décimas por 0 décimas y nos da 0, pero llevábamos cuatro centésimas. Así que colocamos las 4 centésimas.

```
   4 1
 0,093   x
 2,5
--------
   0465
```

Falta multiplicar 5 décimas por 0 unidades. Esto nos da 0, entonces colocamos el cero en el lugar de las décimas.

```
   4 1
 0,093   x
 2,5
--------
   0465
     6
```

Seguimos multiplicando, ahora el 2. 2 unidades por 3 milésimas nos da 6 milésimas y las colocamos en el lugar de las milésimas.

```
  1 4 1
 0,093   x
 2,5
--------
   0465
    86
```

Al multiplicar 2 unidades por 9 centésimas nos da 18 centésimas. Colocamos el 8 y llevamos 1 décima.

```
  1 4 1
 0,093   x
 2,5
--------
   0465
   186
```

Ahora, al multiplicar 2 unidades por 0 décimas nos da 0 décimas. Pero llevábamos 1 décima, así que colocamos el 1.

```
  1 4 1
 0,093   x
 2,5
--------
   0465
  0186
```

Finalmente, al multiplicar 2 unidades por 0 unidades, nos da 0. Así que colocamos el cero.

```
  1 4 1
 0,093   x
 2,5
--------
   0465  +
  0186
--------
 0,2325
```

Ahora solo nos falta sumar. Nos da: 0,2325 unidades o, lo que es igual, 2.325 diezmilésimas.

DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Veamos cómo se dividen dos números decimales. Tengamos por ejemplo,

```
1.655,3 | 15,45
          -----
```

15,45 x 100 =

Es necesario eliminar la coma del divisor. Para ello se multiplica el 15,45 por la unidad seguida de tanto ceros como decimales tenga el divisor; en este caso, hay dos decimales.

15,45 x 100 = 1.545

1.655,3 x 100 = 165.530

$$165.530 \,\big|\, \underline{1.545}$$

Así que se multiplica el 15,45 por 100. De esta manera la coma se corre hacia la derecha dos lugares, quedando el divisor como 1.545. En el dividendo, para que la relación de división no se altere, se debe multiplicar 1.655,3 por 100, quedando el dividendo en 165.530. Y luego dividimos tal como conocemos para los números naturales. Verifica que el resultado es igual a 107.

Actividades

1) En el cartel de valor representa los siguientes números y ordénalos de mayor a menor:
   a) 456,789 b) 145,873 c) 0,025
2) Ordena de mayor a menor las siguientes expresiones:
   a) Tres mil doscientos ochenta y cinco milésimas
   b) Ciento cuarenta y una décimas
   c) Doscientos treinta y cinco centésimas
3) Verifica la propiedad conmutativa de la adición en los siguientes números:
   a) 4,5 +1,25 b) 8,95 + 4,72
4) Verifica la propiedad asociativa de la adición en los siguientes números:
   a) 0,13 + 1,5 + 4,5 b) 2,51 + 0,24 + 3,57
5) Verifica la propiedad conmutativa de la multiplicación en los siguientes números:
   a) 1,3 x 15 b) 8,97 x 5,63

4 Fiao, frío y choreto

En algunas ocasiones puede habernos pasado que al ir a una bodega a comprar un artículo de consumo, este valga más de lo que teníamos para comprarlo y debíamos regresar a casa a buscar la diferencia o lo que nos faltaba para adquirirlo. En otras ocasiones, el producto pudo haber costado menos de lo estimado, por lo que recibimos un vuelto.

Estas operaciones comerciales son registradas en libros de contabilidad o en los cuadernos de quienes administran los negocios donde adquirimos bienes, en los bancos, en las libretas de ahorro, en los estados de cuenta o balances comerciales y demás. La matemática es el recurso que nos permite comunicarnos en común acuerdo en todas estas situaciones de la cotidianidad. Vamos a revisar algunos ejemplos que nos permiten ilustrar estas situaciones.

El fiao: Centro de Intercambio Solidario

El señor David comparte el papel de contralor en el Centro de Intercambio Solidario de su comunidad. Allí utilizan una moneda comunal solidaria para el intercambio indirecto, que requiere un sistema de compensación entre bienes y que denominan guaicaipuro.

Si una persona o cooperativa realiza operaciones en el centro de intercambios, puede hacerlo con guaicaipuros. Estos se registran en un fondo de compensación que les permite intercambiar cualquier bien utilizando esta moneda local.

¡Ah!, si una persona no tiene suficientes guaicaipuros para adquirir un bien, se le fía dicho bien hasta que lo cancele en los días siguientes y se anota en el cuaderno de registro del Centro de Intercambio.

Al hacer la contraloría de algunos cuadernos, el señor David recopiló los siguientes datos:

María debe 18,50 guaicaipuros, y Luis debe 145,36 guaicaipuros del lunes. Luis abonó 54 guaicaipuros el día martes. Carmen tenía un registro por intercambios solidarios realizados de 547 guaicaipuros a su favor y otro por 234,56 bienes adquiridos.

Luisa tenía dos registros, uno por 762,65 guaicaipuros en bienes adquiridos y otro por 877,98 guaicaipuros por bienes que había aportado al Centro de Compensación.

Para agilizar el cierre de compensación del centro, el señor David aplica la siguiente regla:

Escribe del lado izquierdo de su cuadro de compensación los nombres de las personas, en la segunda columna los bienes adquiridos por las personas o cuando se le ha fiao el mismo y al lado derecho los bienes de intercambio dados al centro o los pagos efectuados por guaicaipuros por las personas. Estos los marca con dos signos; si es fiao les coloca el signo que utilizamos en la sustracción: "-" y una cantidad con ese signo adelante como en el caso de la señora María, que se le fiaron 18,50 guaicaipuros; se lee como “menos 18,50” (-18,50)

Cuadro de compensación

Personas	Fiao, debe o bienes adquiridos	Pagos o bienes de intercambio aportados
María	-18,50	
Luis	-145,36	+ 54,00
Carmen	-234,56	+ 547,89
Luisa		+ 788,73

Ahora si una persona como la señora Luisa aportó al centro en bienes de intercambio solidario 788,73, le coloca el signo de suma “+” y lee esta cantidad como “más setecientos ochenta y ocho con setenta y tres” guaicaipuros.

De esa manera, el señor David comunica con los miembros de la comunidad para rendir cuentas: María debe 18,50 guaicaipuros, Luis debía 145 con 36 guaicaipuros, pero aportó 54,00 guaicaipuros en bienes de intercambio solidario, por lo que sólo debe 91,36 (-91,36).

Carmen solicitó un fiao de 234,56 guaicaipuros pero aportó 547,89 guaicaipuros en bienes de intercambio solidario. Tiene a su favor 313,33 guaicaipuros (+ 313,33) y la señora Luisa hizo un aporte de 788,73 guaicaipuros en bienes. En resumen, al cerrar el cuadro de compensación, el señor David presenta lo siguiente:

Cuadro de compensación

Personas	Fiao, debe o bienes adquiridos	Pagos o bienes de intercambio aportados	Resumen
María	-18,50		-18,50
Luis	-145,36	+ 54,00	-91,36
Carmen	-234,56	+ 547,89	+ 313,33
Luisa		+ 788,73	+ 88,73
Total	-398,42	+ 1390,82	+ 992,40

Concluyendo que el Centro de Intercambio Solidario cierra con un ejercicio económico de esa semana de más 992 con 40 guaicaipuros.

Actividades

¿Es mayor la cantidad de bienes aportados o la de bienes adquiridos por los miembros de la comunidad?, ¿Cuánto le falta a la señora María para no deberle al Centro de Intercambio Solidario? Si el señor Luis la semana que viene aporta 100 guaicaipuros en bienes, ¿cómo quedará el resumen del cuadro de compensación? Y si la señora Carmen solicita fiao 630,00 guaicaipuros, ¿cómo se harían los registros en el cuadro? Complétalo en tu cuaderno.

Cuadro de compensación

Personas	Fiao, debe o Bienes adquiridos	Pagos o Bienes de intercambio aportados	Resumen
María			
Luis			
Carmen			
Luisa			
Total			

Debajo de la tierra

¡Piso quince, por favor!

Jolmari le contaba a Ericka.

—¿Has ido al Ministerio del Poder Popular para la Educación?

—No.

—¿Sabes que tienen marcados algunos botones del ascensor con –1, -2 y -3 en el tablero de control del mismo?

—Explícame eso.

—Mira, la semana pasada fuimos al Ministerio para el Poder Popular de Educación a buscar unos libros del Proyecto Leer y al llegar al estacionamiento la señora que hace los registros de los visitantes, anotó el número de placa del vehículo y nos dijo: estacione, por favor, en el menos 2. Al tomar el ascensor, observamos en el tablero de control del ascensor los números -1, -2 y -3, para indicar los sótanos de estacionamiento, el 0 para indicar planta baja o PB, es decir, el piso que está a la altura de la calle, y luego los números 1,2,3, etcétera, para indicar los pisos siguientes.
—O sea, Jolmari, que estuviste dos pisos bajo tierra…jajaja.

¡Algo para conocer!

En algunos edificios para indicar los sótanos de estacionamiento, lo hacen con números negativos. Estos son números que se utilizan en la cotidianidad para indicar, según un punto de referencia, que algo está por encima, por debajo de, a la izquierda o a la derecha de dicho punto de referencia.

En el caso de los ascensores, los sótanos o pisos por debajo de la planta baja se pueden marcar con números negativos, indicando que están 1, 2 o 3 pisos por debajo del nivel de la calle y se escriben así: −1,−2,−3.

¿Tú has estado bajo tierra? Cuéntanos cuántos pisos bajo tierra tu has estado en algún lugar.

A nivel del mar (submarinos venezolanos y soberanía nacional)

SUBMARINOS VENEZOLANOS

La Armada venezolana tiene entre sus unidades al ESCUADRÓN DE SUBMARINOS. Este escuadrón es el encargado de la defensa de la patria en las profundidades de nuestro mar Caribe. La misión de la Armada es: "Asegurar la defensa naval y el cumplimiento de la Constitución y las leyes, cooperar en el mantenimiento del orden interno y participar activamente en el desarrollo nacional, a fin de garantizar la independencia, la soberanía y la integridad de los espacios acuáticos de la Nación".

Los submarinos pueden sumergirse debajo del agua e ir con el radar guiándose a mucha profundidad. Cuando están bajo el agua se dice que están en inmersión, por debajo del nivel del mar. Los submarinos venezolanos pueden sumergirse hasta más de 250 metros. En matemática decimos que están a menos 250 metros y lo escribimos -250, con el signo (-) delante del número.

Imagina que estás en el submarino Caribe (S-32) de nuestro escuadrón. Para poder manejarlo y hacer todas las maniobras a la perfección, es necesario saber mucha matemática. Son cálculos que se realizan con computadoras, pero los tripulantes deben también saber hacerlos con papel y lápiz, debido a que uno no sabe cuándo se presenta una falla y está en las profundidades del mar.

Observa por dentro lo complejo que es un submarino. Tiene cualquier cantidad de válvulas, contadores de profundidad, de presión, temperatura, control del aire, todo esto controlado por nuestros marinos capacitados para el buen funcionamiento de tan complejo equipo.

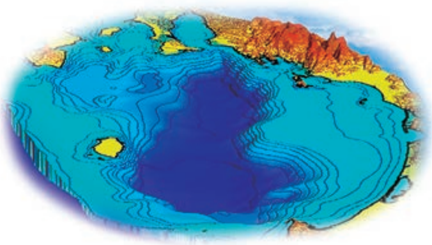
Cuando el submarino está en la superficie del agua, se dice que está al nivel del mar y matemáticamente está a profundidad cero. Si se da una orden para la inmersión a -250 metros, significa que tendremos que bajar 250 metros.

Técnicamente, se irá midiendo al pasar el tiempo, -5, -10, -15, -20... hasta llegar a -250 metros.

En la Base Naval Agustín Armario de Puerto Cabello, en el estado Carabobo, está la sede del escuadrón de submarinos, donde el desafío de los soldados de la patria venezolana es alcanzar la independencia del país, que desde hace 200 años el libertador Simón Bolívar y el pueblo en armas conquistó.

El nivel del mar es un punto de referencia que nos permite elementos por encima y por debajo de él. Así como podemos explorar por debajo del nivel del mar, también podemos ir por encima del nivel del mar; por ejemplo, podemos investigar a qué altura sobre el nivel del mar están las montañas más famosas de nuestro país. También podemos investigar cuál es la máxima profundidad de la fosa de Cariaco en el estado Sucre.

¡Algo para conocer!



La fosa de Cariaco es un hundimiento de la corteza terrestre dentro de la plataforma continental del Oriente de Venezuela. Tiene una forma elongada, orientada en dirección este–oeste, con una longitud de 186 km de largo y, aproximadamente, 204 km de ancho. La fosa está compuesta por 2 grandes depresiones, unidas entre sí por sillas, zonas menos profundas ubicadas entre las depresiones.

La depresión occidental es la mayor y más profunda. Se encuentra hacia el extremo oeste de la fosa y su centro está localizado a 10°40' N (norte), 65°35' W (oeste); mide, aproximadamente, 78 km de largo y 35 km de ancho, alcanzando una profundidad máxima conocida de 1.435 m.

Podemos decir que la fosa de Cariaco está a -1.435 metros del nivel del mar.

A estos números que le ponemos el signo (-) adelante, los llamamos números negativos.

Los submarinos cuentan con todo un sistema para sumergirse bajo las profundidades del mar. Estos vehículos marinos poseen unos tanques de lastre, que son espacios huecos entre los cascos interno y externo de la nave, los cuales se llenan de agua para permitir que el barco se hunda. Cuando el submarino está a punto de sumergirse, se abren unas válvulas que dejan entrar el agua del mar a los tanques; debido al peso del agua el submarino se zambulle. El proceso para volver a la superficie es a la inversa: se deja salir el agua acumulada, en un principio, dentro de los tanques de lastre, a los que se les inyecta aire comprimido.

Lee y comenta la siguiente nota de prensa del 26 de julio de 2011

BEIJING.- El submarino chino "Jialong" se sumergió hoy a más de 5.000 metros en el noreste del océano Pacífico, una profundidad superada actualmente sólo por una embarcación japonesa.

Según citó la agencia de noticias "Xinhua", a la autoridad estatal de los océanos (SOA), el "Jialong", llamado así en alusión a un mítico dragón marino, alcanzó una profundidad de 5.057 metros antes de volver a la superficie con sus tres tripulantes. El submarino japonés "Shinkai" es el único que puede sumergirse hasta los 6.500 metros en la actualidad. El "Jialong", sin embargo, está construido para hundirse hasta los 7.000 metros en el mar. El submarino chino intentará alcanzar esa profundidad el próximo año.

El récord mundial lo ostenta el científico suizo Jacques Piccard, que en 1960 se sumergió hasta casi los 11.000 metros en el Pacífico oeste.

AY, QUÉ FRÍÍÍÍÍÍO...

En la ciudad de Mérida, estado Mérida, está el teleférico más largo y alto del mundo; consta de cuatro (4) tramos, tiene una longitud de 12,5 km y llega a una altura de 4.765 metros sobre el nivel del mar (msnm). Es increíble lo alto; es más alto que cualquier montaña de Europa, de Estados Unidos o Canadá.

Las temperaturas a lo largo de las estaciones se van haciendo cada vez más frías. Si vamos de la estación Barinitas a la estación de La Montaña (2.422 m.s.n.n.m.), hace frío aunque todavia no hay nieve. La temperatura promedio es 13°C.

En el segundo tramo vamos desde La Montaña a la estación La Aguada, que está a 3.453 msnm y tiene una temperatura promedio de 7°C. Fíjate que a medida que subimos hace más frío.

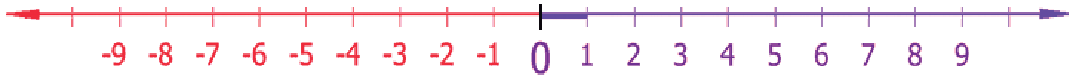
Hay un tercer tramo que llega hasta la estación Loma Redonda, que tiene una altura de 4.045 msnm, con una temperatura promedio de 4°C.

El cuarto y último tramo llega a la estación PICO ESPEJO, que está a 4.765 m.s.n.m. y tiene una temperatura promedio de 3°C.

Cuando decimos temperatura promedio durante el año, significa que hay días semanas y meses que la temperatura es más alta y otros en que es mucho más baja. En los meses de agosto y septiembre las temperaturas son mucho más bajas, llegando a estar por debajo de 0°C; es cuando el agua se congela y en vez de llover, nieva. En el Pico Espejo se han llegado a medir temperaturas de -8°C, Esto sí es verdad que es frío, es como estar en un congelador gigante y al aire libre.

Además de los números que toda la vida los habíamos trabajado como los naturales y las fracciones, resulta que ahora hay números que los llamamos negativos, y nos sirven para representar algunas situaciones como los ejemplos: se deben Bs.100 y decimos -100, o que está a una profundidad de 200 metros y decimos -200, o que un refrigerador está a una temperatura de -10°C.

Ahora, como existen los negativos, a los naturales les decimos los positivos y el cero no es ni negativo ni positivo.

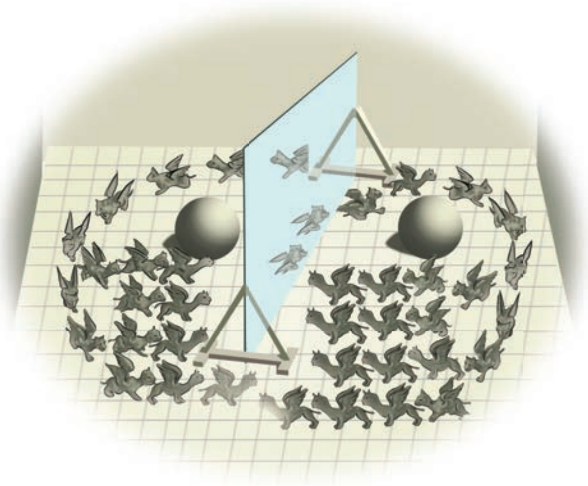


A los números negativos , el cero , y los positivos les llamamos NÚMEROS ENTEROS y se denotan con la letra Z.

Copia el siguiente cuadro en tu cuaderno y complétalo. Coloca el entero correspondiente a las temperaturas de una semana en el Pico Espejo. Fíjate y sigue el ejemplo. El jueves dice 2°C sobre cero; el número que corresponde es 2.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
5°C bajo cero	1°C sobre cero	0°C	2°C sobre cero	4°C bajo cero	3°C bajo cero	3°C sobre cero
			2			

Y pasan a través del espejo



Los espejos reflejan el mundo real o verdadero, creando una imagen no real del mundo que reflejan.

¿Recuerdas el libro de Alicia a través del espejo? En el mismo, Alicia al mirarse en un espejo comienza a ver su imagen un poco distorsionada y al acercarse se da cuenta de que puede pasar al otro lado del espejo. Alicia entra en el espejo y es un mundo donde todo es al revés: lo que en el mundo de uno es malo, en el mundo del espejo es bueno, lo que en el mundo de uno tiene normas y leyes, en el mundo del espejo es una locura... el mundo del espejo es otro mundo tan al revés, como los seres del espejo consideran nuestro mundo.

La imagen resulta derecha pero invertida en el eje normal al espejo.

Los espejos son una virtualidad original que provoca una intuición especular sobre todos los intermediarios con que conocemos el mundo real. Cualquier superficie que refleje la imagen de la persona, sea un espejo, el agua, superficies de vidrio o pulidas, representan la forma como ven los demás a alguien y la situación se presenta como un "eco" de sí mismo o de sí misma.

¡Algo para conocer!

Lewis Caroll fue un escritor y matemático inglés (1832-1898), conocido mundialmente por dos obras: *Alicia en el país de las maravillas* (1865) y, su secuela, *Alicia a través del espejo* (1872). Caroll, como matemático, escribió sobre la cuadratura del círculo, cifrado de mensajes, geometría, álgebra, aritmética electoral y lógica.

Las dimensiones imaginarias que la ficción y la poesía utilizan para lograr sus formas artísticas no son sino proyecciones de alguna particularidad de los reflejos semejantes que aparecen en los sueños, ya que las incógnitas que presentan los espejos (como en "A través del espejo y lo que Alicia encontró allí" de Lewis Carroll, 1871) atraen todo tipo de teorías imaginarias debido a la multiplicidad de las imágenes, ya que la imagen, en sí misma, es una experiencia extraña y a veces desorientadora.

En esta lección vamos a trabajar con un espejo mágico, casi como el de Alicia en el cual ella podía meterse y viajar hacia otra dimensión. Lo llamaremos el espejo choreto. ¿Sabes lo que significa la palabra choreto o choreta?

Si un número que no sea el cero se coloca ante este espejo choreto, ¿sabes qué se refleja? El mismo número pero precedido de una rayita. Es decir, si el 3 se coloca frente al espejo, se refleja el número -3.

Actividades

Lee y responde las preguntas en tu cuaderno. Una vez la letra A se colocó frente al espejo y pasó algo curioso: en la superficie del espejo se escribió como por arte de magia la letra N, y ¿sabes que se reflejó?; pues, increíble, la misma letra A igualita. Es decir, se leía ANA. Luego vino la letra S y se escribió en el espejo la letra O y se reflejó la misma S, y se leía SOS. ¡Qué espejo tan choreto, verdad!

Las letras, emocionadas por lo que veían, se unieron y mira lo que pasó. La R y la A formaron la sílaba RA y se escribió en el espejo la letra D, pero notaron con extrañeza que se reflejó el par AR, es decir, se leía RADAR. Después la A, la R y la E formaron el trío ARE ¿y sabes qué se leía al final? ¿Qué se leerá si se coloca el cuarteto RECO?

Al día siguiente la palabra SORBERÉ se colocó frente al espejo choreto, y notó con extrañeza que se escribió en el espejo la letra C, y se reflejó EREBROS. ¿Qué se leía al final?

Si algunas letras unidas se colocaran frente al espejo y al final se leyera "¿Acaso hubo búhos acá?" ¿Podrías decir qué grupo de letras se colocó frente al espejo? ¿Qué letra se escribió en el espejo?

Si numeramos las letras que se ven al final colocando como cero 0 la letra que aparece escrita en la superficie del espejo, ¿cómo harías la numeración?

Escribe en tu cuaderno los siguientes cuadros y complétalos

1)

	-5				-1	0	1		3			
S	é	l	o	g	r	a	r	g	o	l	e	s

2)

	-4		-2		0		2			5
L	a	t	e	l	e	l	e	t	a	l

3)

						0						
S	é	v	a	n	s	u	s	n	a	v	e	s

4)

-4				0				4
¡Á	m	a	m	e,	m	a	m	á!

Actividades

Haz en tu cuaderno, para cada una de las siguientes frases, los cuadros respectivos:

La mina nueva la ve un animal

¡Agárrala, Galarraga!

Ella te dará detalle

Sonrieron las acosadas ocas al no reirnos

¡Algo para conocer!

Durante el período 1997-1999, las variaciones en cuanto a la actividad petrolera venezolana venían decayendo haciéndose cada vez menor. Observa en el cuadro que se presenta a continuación, cómo los números que están resaltados tienen un signo negativo para indicar que la actividad con respecto al período inmediato anterior posee una diferencia desfavorable.

Variaciones porcentuales con respecto al período inmediato anterior

Semestre	Consolidado	Dif. %	Actividad petrolera	Dif. %	Otras actividades	Dif. %
I Sem. 1997	20.133.098	-	3.787.908	-	16.345.190	-
II Sem. 1997	21.810.053	8,33	4.075.363	7,59	17.734.690	8,50
I Sem. 1998	21.157.626	-2,99	3.972.522	-2,52	17.185.104	-3,10
II Sem. 1998	20.908.861	-1,18	3.910.999	-1,55	16.997.862	-1,09
I Sem. 1999	19.300.201	-7,69	3.843.992	-1,71	15.456.209	-9,07
II Sem. 1999	20.254.724	4,95	3.742.314	-2,65	16.512.410	6,83

Esta situación se ha revertido favorablemente hacia nuestro país, con las políticas acertadas de inversión económica, que se han traducido en inversión social y bienestar nacional, hacia el camino del vivir bien.

5 Los alimentos en nuestra escuela

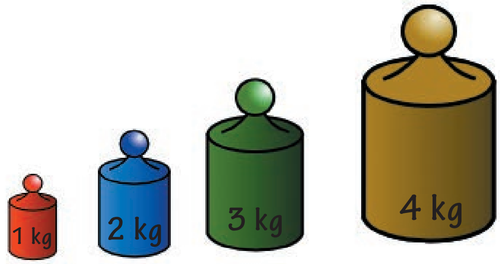
El Programa de Alimentación Escolar (PAE) ofrece atención alimenticia y nutricional a la población estudiantil del Sistema Educativo de la República Bolivariana de Venezuela y tiene como propósito fundamental contribuir con el ingreso, permanencia, prosecución y rendimiento escolar de niños, niñas, adolescentes y jóvenes estudiantes.

Contraloría social en el PAE

En algunos planteles, los y las estudiantes se encargan de verificar que la relación entregada por el proveedor refleje, fielmente, la cantidad de alimentos que se despachan en la escuela; de esta forma, ellos y ellas ejercen la contraloría social, principio consagrado en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela. Para realizar esta acción contralora en la escuela, se requiere saber pesar los alimentos, bien sea en una balanza, una báscula, un peso electrónico, un diametro, entre otros.

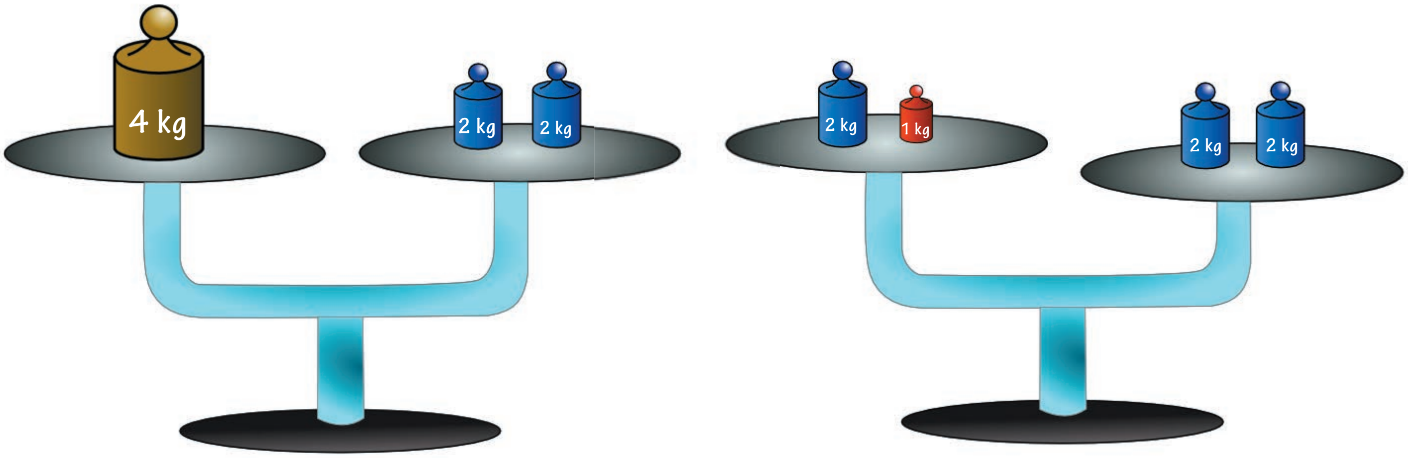
Vamos a aprender a pesar en una balanza como la que utilizaban nuestras abuelas y abuelos. Veamos:

Esta balanza se denomina balanza de cruz, o balanza de brazos iguales, y existía mucho antes que las básculas o pesos que se utilizan en la actualidad.



Este juego de pesas nos ayuda a utilizar la balanza de cruz. Ellas tienen un peso de 1 kg, 2 kg, 3 kg y 4 kg.

La balanza de cruz estará equilibrada si en ambos platillos se encuentran objetos que tengan igual peso. Observa:



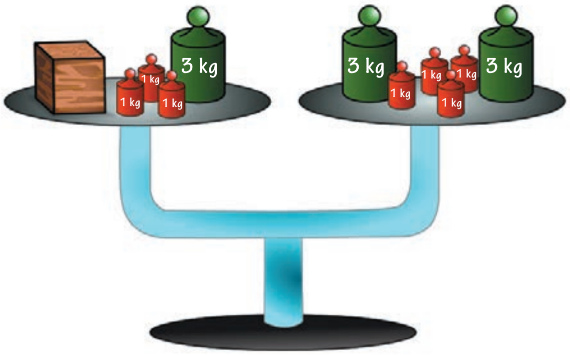
Balanza equilibrada

Balanza desequilibrada

¿Cómo podríamos equilibrar la balanza de la derecha?

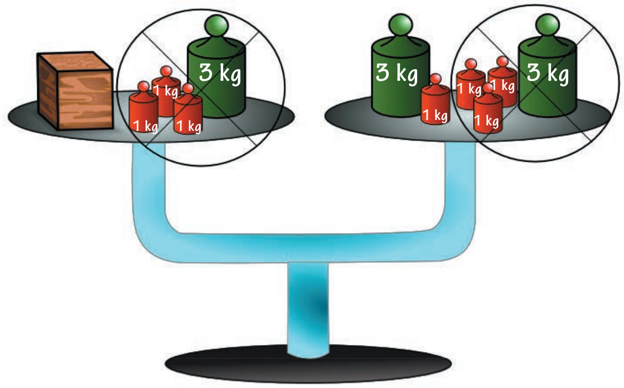
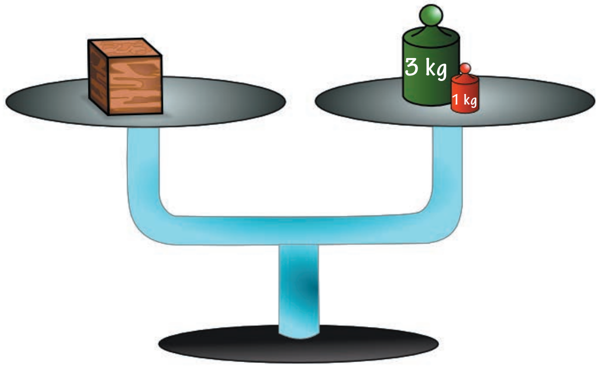
Dibuja en tu cuaderno las diferentes maneras en que pudieras hacerlo utilizando el juego de pesas.

Vamos a entrenarnos en el uso de la balanza de cruz. A continuación te presentamos la siguiente situación; fíjate que la balanza se encuentra equilibrada.



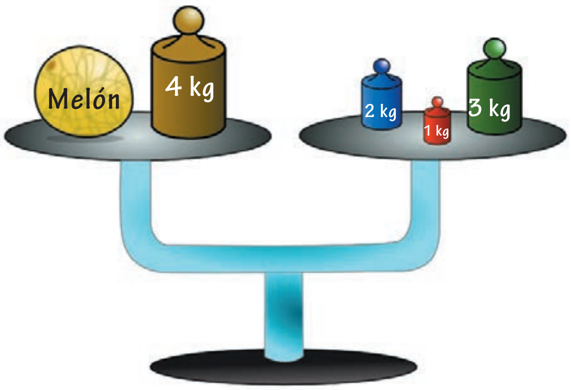
¿Cómo podremos saber el peso de la caja marrón?

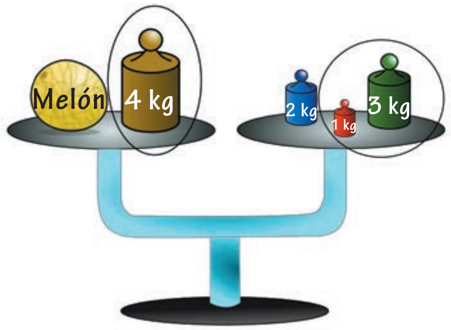
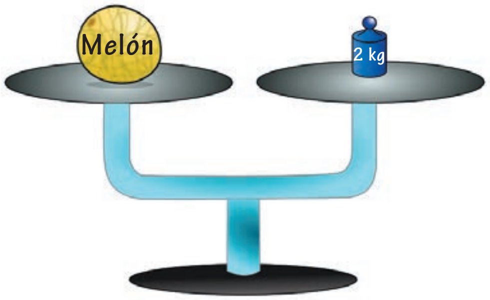
Podemos saberlo si quitamos el mismo peso de ambos platillos de la balanza y dejamos la caja marrón sola en uno de los platillos. Veamos:

	Como debemos dejar la caja sola, quitaremos los 6 kg que están en el platillo de la izquierda. Pero también debemos quitar esa misma cantidad de kg del platillo de la derecha.
	Nos queda la caja sola en el platillo de la izquierda y en el otro platillo nos quedaron dos pesas: una de 1 kg y otra de 3 kg.

PODEMOS CONCLUIR QUE LA CAJA PESA 4 kg

Averigüemos ahora el peso del melón que aparece a continuación. Esta vez escribiremos en un lenguaje matemático lo que vamos realizando. Veamos:

Balanza	¿Qué hicimos?
	Como no sabemos cuánto pesa el melón, escribimos un signo de interrogación (?) para representar el peso del melón. ? + 4 kg = 2 kg + 1 kg + 3 kg

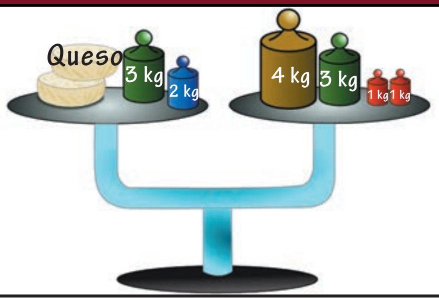
	Agrupamos la pesa de 3 kg con la pesa de 1 kg para formar 4 kg. ? + 4 kg = 2 kg + (1 kg + 3 kg) Ahora sumamos lo que está asociado. ? + 4 kg = 2 kg + 4 kg
	Quitamos 4 kg de ambos platillos ? + 4 kg − 4 kg = 2 kg + 4 kg − 4 kg Al restar nos queda. ? = 2 kg

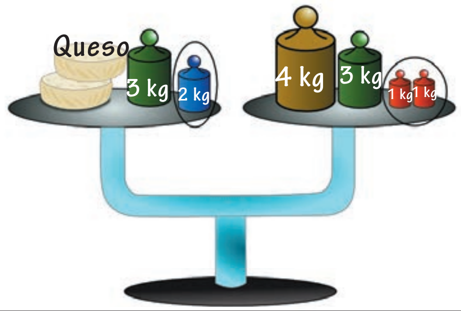
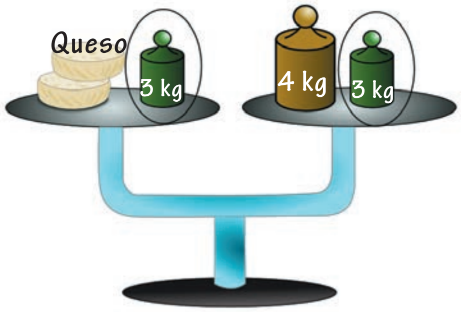
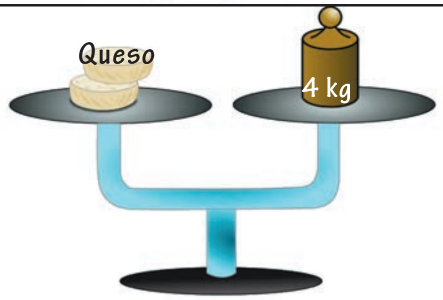
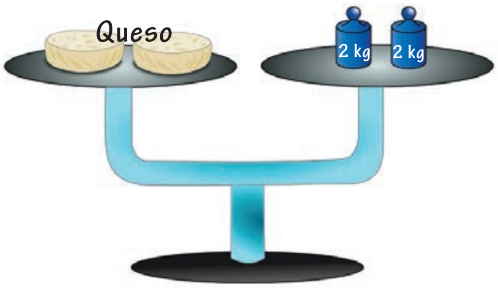
EL MELÓN PESA 2 kg

¡La balanza funciona como la igualdad (=) en matemática!

Fíjate que si quitamos o agregamos la misma cantidad de peso en ambos platillos, la balanza permanece equilibrada. Asimismo, si sumamos o restamos, el mismo número a ambos lados de la igualdad, esta se mantiene.

Veamos otro caso con la balanza. Esta vez debemos calcular cuánto pesa cada queso, sabiendo que ambos tienen igual peso.

Balanza	¿Qué hicimos?
	$2q + 3 + 2 = 4 + 3 + 1 + 1$ Hemos representado con la letra q cuántos kg pesa el queso.

	$2q + 3 + 2 = 4 + 3 + (1 + 1)$ Asociamos 1+1 y sumamos, nos queda: $2q + 3 + 2 = 4 + 3 + 2$
	Restamos 2 de cada lado: $2q + 3 + 2 - 2 = 4 + 3 + 2 - 2$ Luego, nos queda: $2q + 3 = 4 + 3$
	Restamos 3 de cada lado: $2q + 3 - 3 = 4 + 3 - 3$ Tenemos: $2q = 4$
	Dividimos por 2 en cada lado: $\frac{2q}{2} = \frac{4}{2}$ Nos queda: $q = 2$
CADA QUESO PESA 2 kg	

Si dividimos ambos lados de la igualdad por un mismo número, esta se mantiene; lo mismo ocurre si multiplicamos ambos lados de la igualdad por un mismo número: ¡SE MANTIENE LA IGUALDAD!

La expresión $2q + 3 + 2 = 4 + 3 + 1+1$, que empleamos para escribir en lenguaje matemático la situación representada en la balanza, es lo que se llama en matemática ECUACIÓN. Veamos algunos de sus elementos:

Incógnita

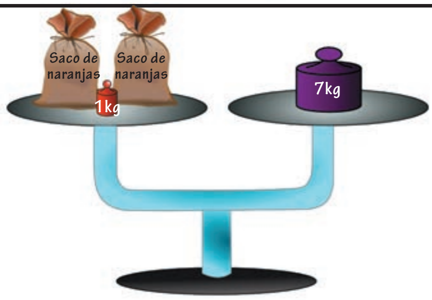
$$\underbrace{2\,q + 3 + 2}_{\text{1 er miembro}} = \underbrace{4 + 3 + 1 + 1}_{\text{2 miembro}}$$

Igualdad

Podemos decir que una ecuación es una igualdad numérica en la que hay una cantidad desconocida. Esta cantidad desconocida se expresa, generalmente, con una letra y recibe el nombre de incógnita.

Actividades

1) Copia el siguiente cuadro en tu cuaderno. Escribe la ecuación correspondiente a cada una de las situaciones representadas en las balanzas. Puedes denotar la incógnita con la letra que desees:

Balanza	Ecuación
Situación 1 	
Situación 2 	

Actividades

2) En tu cuaderno representa una balanza para cada una de las siguientes ecuaciones:

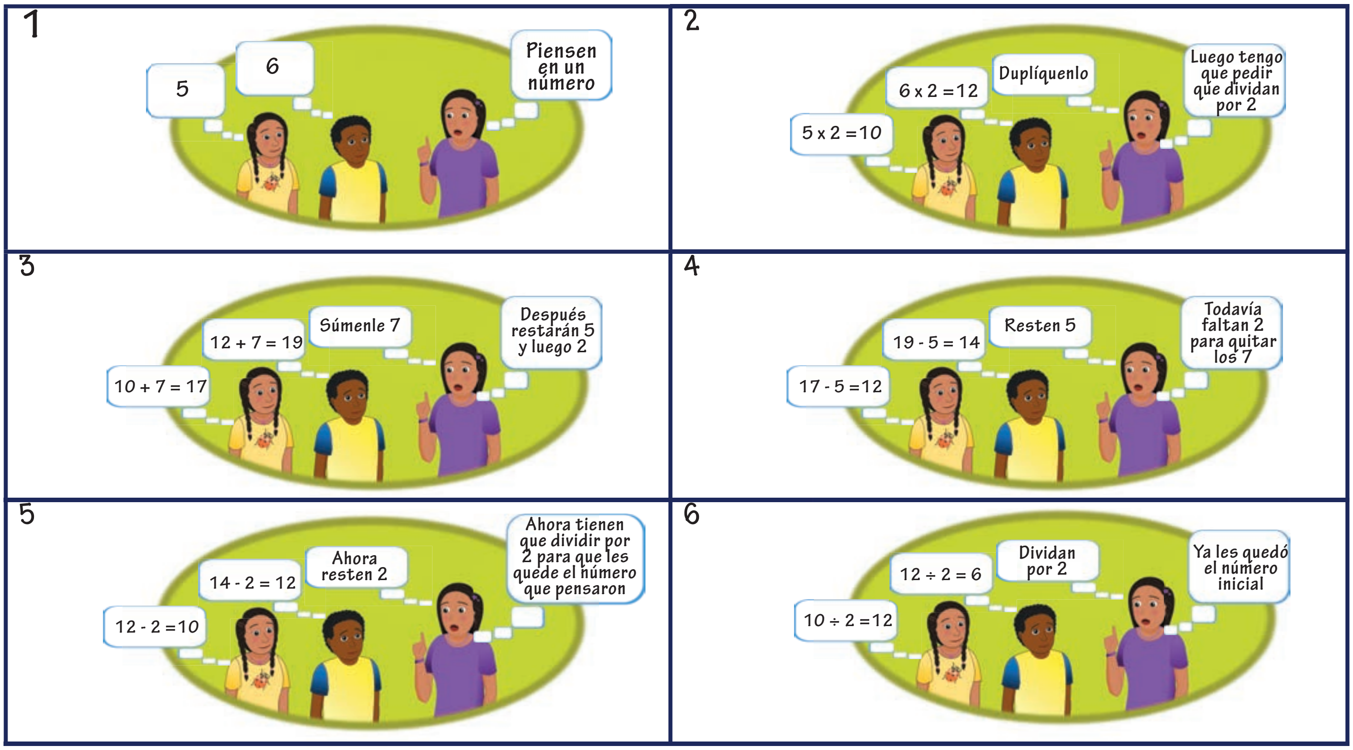
a) $3g + 8 = 23$ b) $x + 6 = x + x + x + 2$

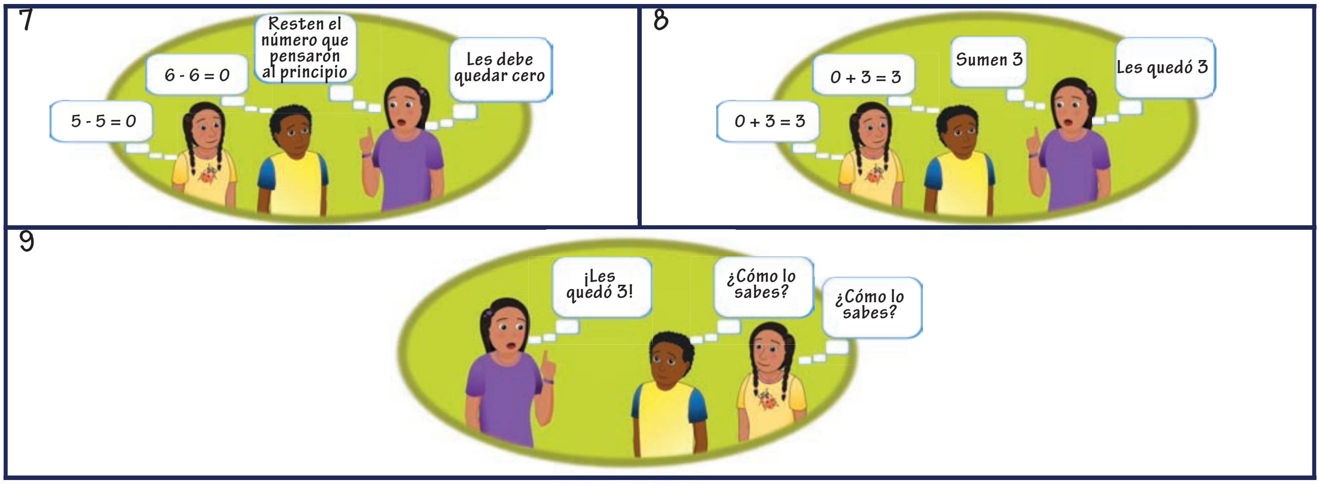
3) Halla el valor de la incógnita en cada una de las ecuaciones que se plantearon en la actividad 1 y 2. Para ello, utiliza las dos representaciones que hemos trabajado: la balanza y la ecuación.

Mate-mágicas

Luisa le dice a Juan y a Pedro: —yo se mate-mágicas y con ellas puedo adivinar el número que les queda, luego de que ustedes sigan mis instrucciones.

Pedro y Juan responden: —Dale, pues.





Luisa les respondió: —Bueno, realmente lo que hice fue utilizar operaciones inversas de la adición y la multiplicación: en primer lugar, les pedí que multiplicaran por 2 y sumaran 7, luego les dije que restaran los mismos 7, solo que en dos pasos; después les pedí que dividieran por 2.

Pedro dijo: —¡Ahí fue donde nos quedó el mismo número que pensamos al principio! Por eso nos quedó cero cuando restamos el número que pensamos.

Juan continuó: —¡Sí eres viva! Como nos queda cero, después tú mandas a sumar un número cualquiera y sabes que ese es el que nos queda.

Luisa rió, diciendo:—¡Ah!, ¡están pilas! Ja, ja, ja.

Veamos otra manera de escribir lo que hicieron los niños:

Lenguaje natural	Lenguaje matemático
Piensa en un número	m
Duplícalo	2 x m
Súmale 7	2 x m+7
Réstale 5	2 x m+7-5
Réstale 2	2 x m+2-2
Divídelo por 2	$\frac{2 \times m}{2}$
Réstale el número que pensaste	m-m
Súmale 3	0+3
EL RESULTADO ES 3	

Operaciones aritméticas inversas

La ADICIÓN es la operación inversa de la SUSTRACCIÓN, y viceversa.

La DIVISIÓN es la operación inversa de la MULTIPLICACIÓN y, recíprocamente, la multiplicación es la operación inversa a la división.

Veamos otra actividad de adivinación de números basadas en operaciones inversas:

Lenguaje natural	Lenguaje matemático
Piensa en un número	m
Duplícalo	$2.m$
Suma ocho unidades	$2.m + 8$
Divide por dos	$\frac{2.m + 8}{2} = \frac{2}{2}m + \frac{8}{2}$
Resta el número pensado	$m + 4 - m$
EL RESULTADO ES 4	

Podemos ver que no importa cuál sea el número que se escoja inicialmente. Las instrucciones han sido construidas de manera tal que el resultado siempre sea cuatro.

Te has iniciado en el mundo de las mate-mágicas. Ahora debes seguir un riguroso entrenamiento para ser un gran mate-mágico; por ello, te proponemos que descubras lo que hay detrás de estos tres acertijos. Recuerda que es necesario escribir las expresiones matemáticas correspondientes.

Acertijo 1	Acertijo 2	Acertijo 3
Piensa un número. - Réstale una unidad. - Multiplica el resultado por tres. - Suma al producto obtenido el número pensado. - Añade tres unidades más. - Divide por cuatro la cantidad resultante. El número pensado es el cociente obtenido	- Piensa en un número. - Duplícalo y añade al resultado treinta unidades. - Toma la mitad de lo que obtengas y resta de esta mitad el número pensado. El resultado es quince	- Piensa en un número par - Duplícalo. - Añade cuatro unidades. - Divídelo por dos. - Quita dos unidades. El resultado es el número pensado

Ya nos hemos divertido con la matemática, ahora vamos a utilizarla para empaquetar azúcar. Veamos:

Empaquetando azúcar

En la empresa de propiedad social, El Pana 2021, ubicada en la parroquia 23 de Enero de Caracas, se empaqueta azúcar siguiendo los principios de solidaridad contenidos en la Constitución Bolivariana.

Para un pedido especial deben empaquetar 12 kg de azúcar en bolsas de kilo y medio. ¿Cuántas bolsas deben usar?

Una forma de saber cuántas bolsas de $1\frac{1}{2}$ kg se necesitan para empaquetar 12 kg de azúcar, es ir sumando $1\frac{1}{2}$ hasta que la suma sea igual a 12. Veamos:

$$\begin{aligned} 1\tfrac{1}{2} + 1\tfrac{1}{2} &= (1+1) + \left(\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\right) \\ &= 2 + 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Observa que en 2 bolsas de $1\frac{1}{2}$ kg empaquetamos 3 kg de azúcar. Entonces, en 4 bolsas empaquetaremos 6 kg de azúcar. Veamos esta relación en un cuadro:

Número de bolsas de $1\frac{1}{2}$ kg	Número de kg de azúcar empaquetados
2	3
4	6
6	9
8	12

El número de veces que debemos sumar $1\frac{1}{2}$ para que la suma sea igual a 12 es ocho. Entonces, si llamamos b al número de bolsas de $1\frac{1}{2}$ kg que necesitamos para empaquetar los 12 kg de azúcar, podemos escribir:

$1\frac{1}{2} \times b = 12$

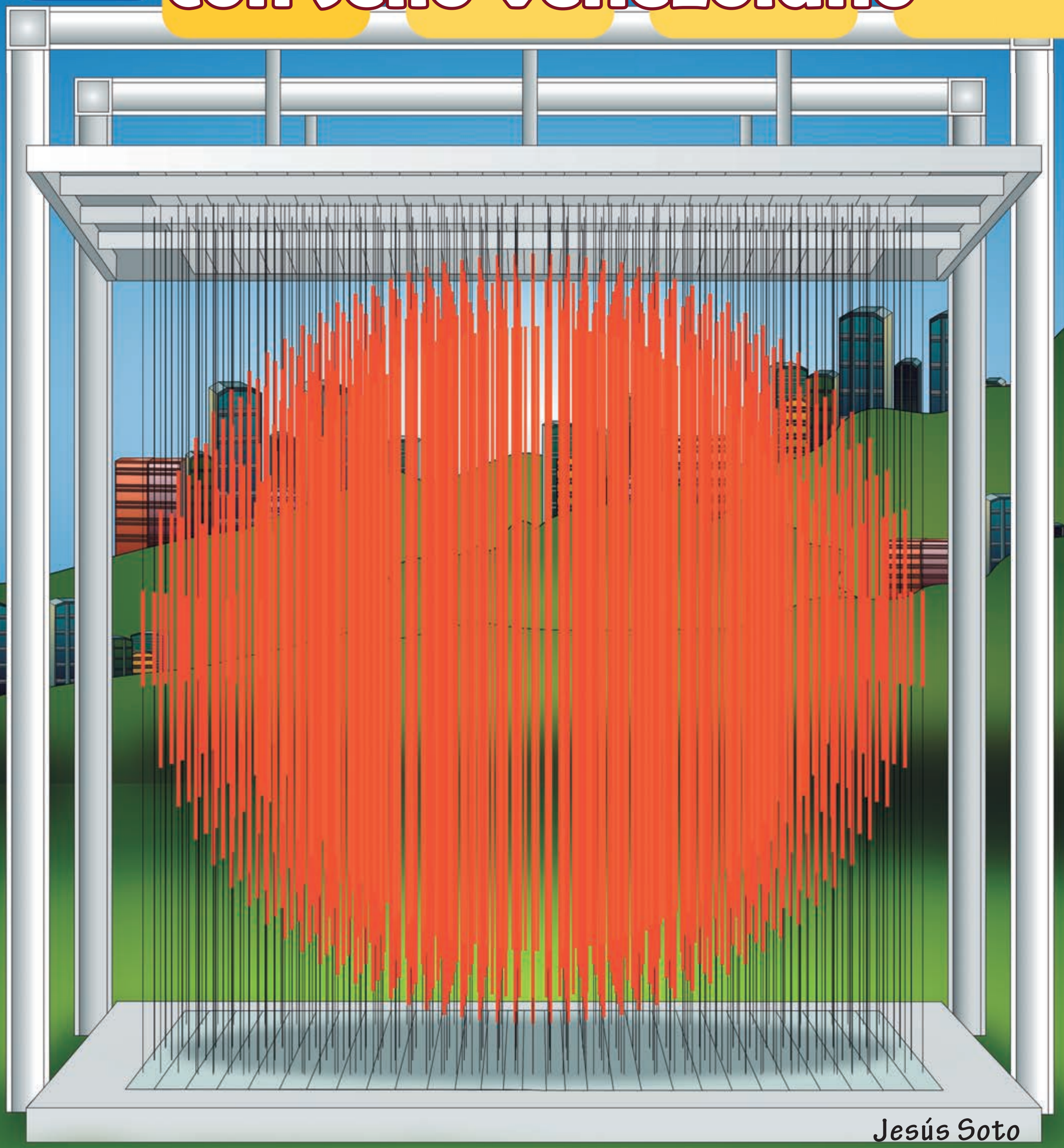
Para obtener el valor de b a partir de esta expresión vamos a aplicar la idea de la balanza y la idea de operaciones inversas.

Ecuación	¿Qué hicimos?
$1\frac{1}{2} \times b = 12$	Expresamos el problema en forma de ecuación
$\frac{3}{2} \times b = 12$	Escribimos el número mixto $1\frac{1}{2}$ como una fracción propia. Recuerda que $1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$.
$2 \times \frac{3}{2} \times b = 2 \times 12$	Multiplicamos ambos miembros de la ecuación por 2.
$3b = 24$	Realizamos las operaciones correspondientes.
$\frac{3}{3}\, b = \frac{24}{3}$	Dividimos ambos miembros por 3.
$b = 8$	Realizamos las operaciones correspondientes.

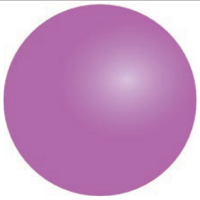
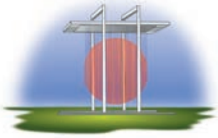
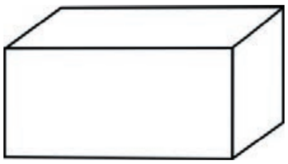
¿Qué significa $b=8$?

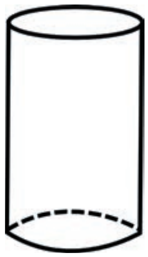
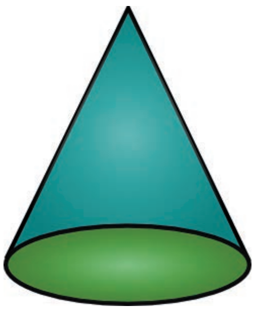
Esto significa que necesitamos 8 bolsas de $1\frac{1}{2}$ kg para empaquetar los 12 kg de azúcar.

6 Cuerpos geométricos con sello venezolano

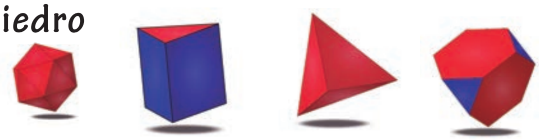


Si observas tu entorno con cuidado y curiosidad, verás numerosas y variadas formas. Esas formas son en realidad cuerpos geométricos y para ayudarte a reconocerlos con mayor facilidad, hemos dispuesto las siguientes imágenes y su relación con algún cuerpo geométrico hecho en nuestra República Bolivariana de Venezuela. Veamos:

Cuerpos geométricos	Cuerpos geométricos con sello venezolano	Reseña del cuerpo geométrico con sello venezolano
		La "Esfera Caracas" se encuentra en la autopista Francisco Fajardo en Caracas y es ícono del cinetismo venezolano y del paisaje caraqueño.
		Pirámides del Museo Ambiental de la Pira (arriba), en honor a la resistencia indígena y la cultura maya. El museo se encuentra cercano a Fuerte Tiuna, en la autopista Valle-Coche. Pirámide (abajo), monumento insigne de estación del metro de la Hoyada, Caracas.
		Durante el año 2007 la producción de leche pasteurizada decreció al punto de paralizar las líneas de producción. Por ello, en 2008 el Estado venezolano nacionaliza la Empresa Nacional Lácteos los Andes (Enlandes), incrementando así la producción de leche pasteurizada (miles/día) en 1.658%, e impulsando la producción de néctar de guayaba mango, y papelón con limón, para incentivar el cultivo de frutas tradicionales.

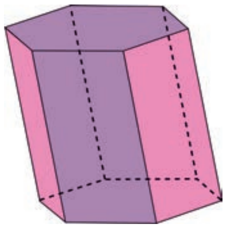
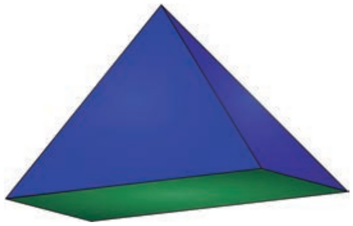
		Tanque de almacenamiento de hidrocarburos de nuestra Pdvsa. De acuerdo con un estudio comparativo publicado el 6 de diciembre de 2010 por Petroleum Intelligence Weekly (PIW), Pdvsa se mantuvo cuarta entre las compañías más grandes a nivel mundial en el negocio petrolero.
		El Estado venezolano impulsa y estimula al sector petroquímico nacional, para consolidar una sólida plataforma industrial relacionada con el sector plástico, apoyo materializado con la creación del Viceministerio de Petroquímica en marzo del año 2010, que entre sus metas se propone triplicar la producción anual para llevarla de 11,6 a 36 millones de toneladas, y desarrolla la Ley Orgánica de Petroquímica.

Los cuerpos geométricos con sello venezolano observados hasta el momento se pueden clasificar en dos grandes grupos:

Poliedros	Cuerpos redondos
Son cuerpos geométricos formados por regiones poligonales, o caras. Los vértices de las regiones poligonales son los vértices del poliedro y los lados de cada región poligonal son las aristas del poliedro 	Son los que están limitados por superficies curvas y carecen de regiones poligonales  

Clasificación de los poliedros

Existen dos tipos de poliedros muy conocidos por todos; ellos son: el prisma y la pirámide.

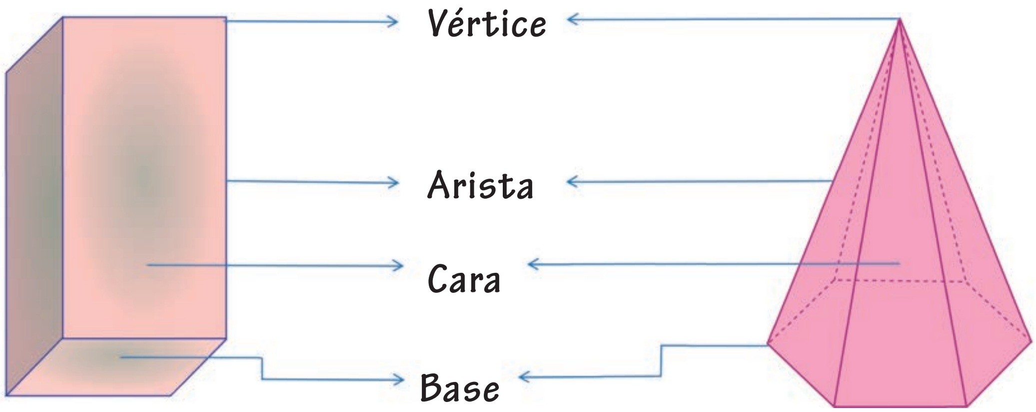
Prisma	Pirámide
	

El prisma: es un poliedro con dos caras congruentes sobre dos planos paralelos (llamadas bases) y otras caras que se llaman caras laterales en forma de paralelogramo.

La pirámide: es un poliedro con una cara como base y otras caras que tienen un punto en común al cual llamamos vértice. Las caras laterales están formadas por triángulos.

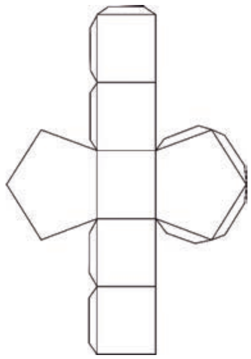
Elementos de un poliedro

Los elementos de un poliedro son los siguientes:

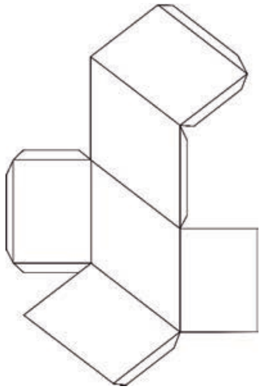


Actividades

Construye los siguientes poliedros:



Prisma pentagonal



Prisma rectangular oblicuo

Dibuja en tu cuaderno el cuadro de abajo y comprueba en los poliedros construidos los datos que aparecen en él:

Poliedro	Caras	Forma de las caras	Aristas	Vértices	Bases

Comprueba que en los dos poliedros se cumple la siguiente igualdad:

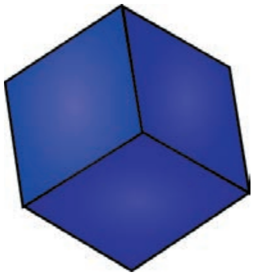
n° de caras + n° de vértices = n° de aristas + 2

Construye en tu casa tres poliedros distintos a los ya elaborados (utiliza tu imaginación para pintar o dibujar cada una de las caras de los poliedros construidos) y cuenta en ellos el número de caras, de aristas y de vértices. Dibuja en tu cuaderno un cuadro como el anterior y comprueba los datos que aparecen en él. Verifica que se cumpla la igualdad:

n° de caras + n° de vértices = n° de aristas + 2

Discute el trabajo realizado con algunos miembros de tu familia, vecinos, vecinas, compañeros y compañeras de clase.

Entre los prismas, podemos encontrar los llamados prismas rectos. Veamos:



LOS PRISMAS RECTOS son poliedros que tienen seis caras en forma de paralelogramos y cuyas caras opuestas son iguales y paralelas dos a dos.

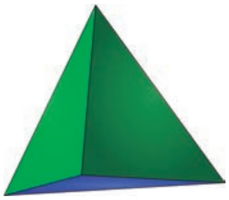
En la industria es muy común el uso del paralelepípedo para el almacenamiento de objetos y líquidos, por ejemplo, las cajas y los envases contenedores de líquidos de leche.

Actividades

Utilizando la igualdad que has verificado en la actividad anterior, responde:

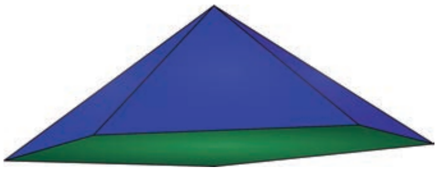
1) Un prisma que tiene 6 caras y 18 aristas, ¿cuántos vértices tiene?
2) Una pirámide que tiene 4 vértices y 4 caras, ¿cuántas aristas tiene?
3) Dibuja en tu cuaderno los poliedros correspondientes a esta actividad.

Las pirámides se pueden clasificar según el número de lados que posee su base. Tenemos pirámides triangulares, cuadradas, pentagonales, entre otras.



Pirámide triangular

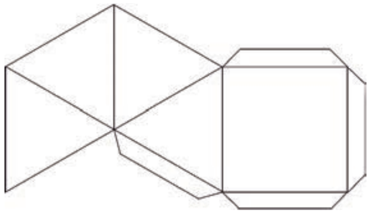
Pirámide cuadrangular



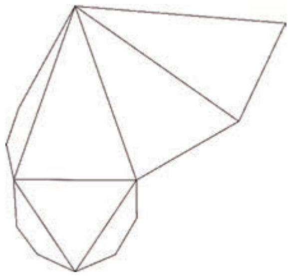
Pirámide pentagonal

Actividades

Construye las siguientes pirámides:



Pirámide de base cuadrangular



Pirámide de base triangular

Construye en tu casa tres pirámides distintas a los ya elaboradas (utiliza tu imaginación para pintar o dibujar cada una de las caras de las pirámides construidas) y cuenta en ellas el número de caras, de aristas y de vértices. Dibuja en tu cuaderno un cuadro como el que sigue y comprueba los datos que aparecen en él.

Poliedro	Caras	Forma de las caras	Aristas	Vértices	Bases

Discute el trabajo realizado con algunos miembros de tu familia, vecinos, vecinas, compañeros y compañeras de clase.

¡Algo para conocer!

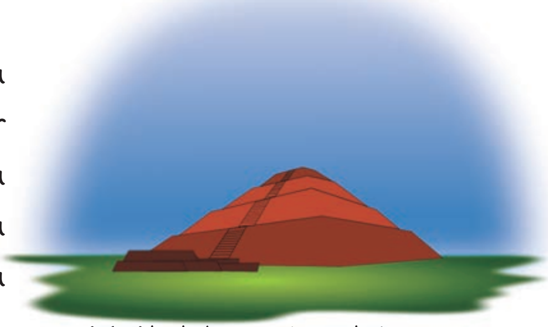
PIRÁMIDE DEL SOL

Monumento en el que Teotihuacán comenzó a desarrollarse como ciudad principal de Mesoamérica. Tiene 63,5 m de altura. En la parte de arriba de la pirámide había un templo y una estatua de un ídolo de grandes proporciones; ahora tan sólo queda una plataforma cuadrada de superficie un tanto irregular.

¡Algo para conocer!

PIRÁMIDE DE LA LUNA

Dicha estructura tenía una plataforma en la parte superior que sirvió para realizar ceremonias en honor de Chalchiutlicue, la diosa del agua relacionada con la Luna, a quien se le dedicó el templo superior, y cuya escultura fue hallada al pie de la pirámide.



Pirámide de la Luna (200 d.C.)

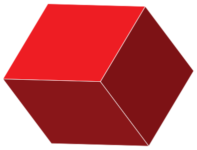
Ambas pirámides pueden visitarse en Teotihuacán, México.

POLIEDROS REGULARES

Los poliedros, cuyas caras son polígonos regulares, se conocen como poliedros regulares, es decir, todas sus caras son congruentes y todas las aristas tienen igual medida.

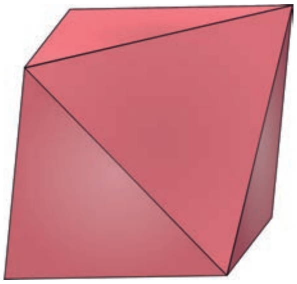
Los únicos poliedros regulares que existen son los denominados sólidos platónicos, en honor al filósofo y matemático griego Platón.

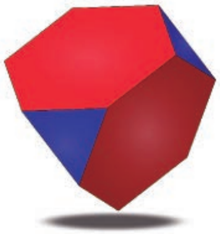
El tetraedro posee cuatro caras, cuatro vértices y seis aristas; se relaciona con el fuego.



El hexaedro posee seis caras, ocho vértices y doce aristas; se relaciona con la tierra.

El octaedro posee ocho caras, seis vértices y doce aristas; se relaciona con el aire.





El dodecaedro posee doce caras, veinte vértices y treinta aristas; se relaciona con el cosmos.

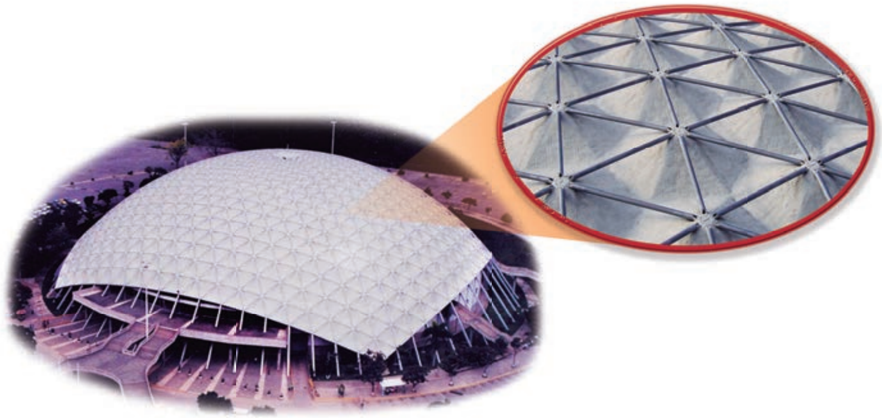
El icosaedro posee veinte caras, doce vértices y treinta aristas; está relacionado con el agua.

Los nombres de los cinco cuerpos platónicos se derivan del número de caras que tienen. Cada uno se concibió como un cuerpo representativo de uno de los elementos o estados de la materia, mientras que se consideró que el icoesaedro representaba el quinto elemento o cosmos, que los mantenía a todos unidos.

¡Algo para conocer!

LA CÚPULA DEL POLIEDRO DE CARACAS

La estructura principal del Poliedro es geodésica, es decir, se puede generar a partir de un icosaedro, dodecaedro o de cualquiera de los sólidos platónicos. Las caras pueden ser triángulos, hexágonos o cualquier otro polígono.



El Poliedro de Caracas o Domo Geodésico de La Rinconada

Volumen de los cuerpos geométricos

Ya hemos explorado con detenimiento los cuerpos geométricos. Ahora estudiaremos dos conceptos íntimamente ligados a ellos y su importancia en el uso diario de los mismos.

Recuerda que el área de la superficie es el número de unidades cuadradas que cubre una figura. Ahora, el volumen describe cuánto espacio ocupa un cuerpo geométrico y la unidad de medida para EL VOLUMEN debe ser aquella cuya forma llene el espacio. La forma de cubo llena al espacio sin dejar huecos. Veamos:

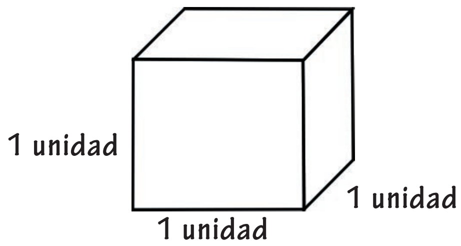


Figura 1. Cubo

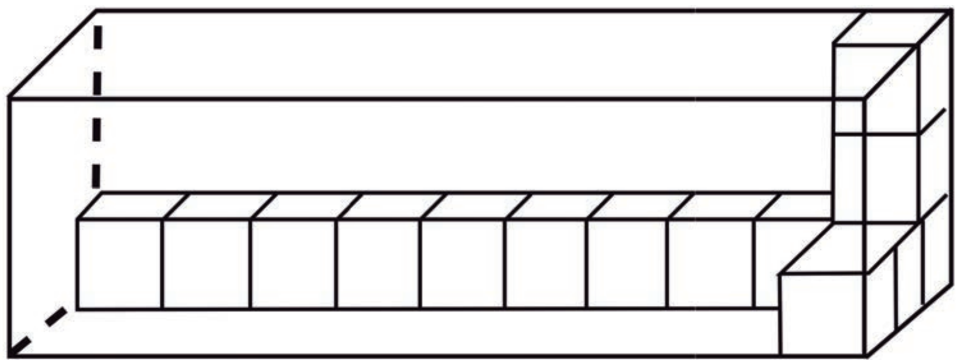


Figura 2. Llenando espacios con cubos

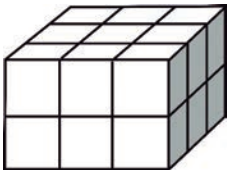
Con cubos (figura 1) se pueden ir llenando espacios (figura 2) hasta que no queden huecos.

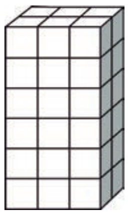
Observa que las unidades del volumen del paralelepípedo (figura 2) están basadas en cubos y las llamaremos unidades cúbicas. Una unidad cúbica es la cantidad de espacio dentro de un cubo que mide 1 unidad por lado.

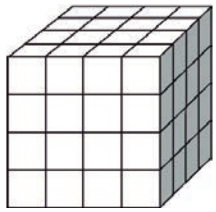
Observa que el volumen tiene que ver con cuánto espacio ocupa un cuerpo geométrico. No sólo se trata del ancho y del largo, sino también de la altura del cuerpo geométrico.

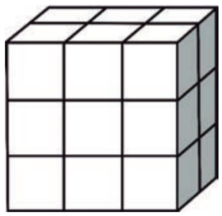
Actividades

1) Copia en tu cuaderno y halla el volumen en unidades cúbicas de cada uno de los siguientes cuerpos geométricos:

a) 

b) 

c) 

d) 

2) Completa en tu cuaderno lo siguiente:

a) Si cada lado del cubo mide un milímetro, entonces el volumen es: 1 MILÍMETRO CÚBICO.

b) Si cada lado del cubo mide un centímetro, entonces el volumen es: 1 CENTÍMETRO CÚBICO.

c) Si cada lado del cubo mide un decímetro, entonces el volumen es:

d) Si cada lado del cubo mide un metro, entonces el volumen es:

Unidades de volumen

Las unidades de volumen más usadas son el centímetro cúbico y el metro cúbico. Un centímetro cúbico es el volumen de un cubo cuya longitud, ancho y altura tienen 1 cm cada uno. Un centímetro cúbico se denota con $1\,cm^3$. De manera análoga, un metro cúbico se denota $1\,m^3$, y así análogamente con otras unidades métricas de volumen.

Observa el siguiente cuadro:

MÚLTIPLOS				SUBMÚLTIPLOS		
kilómetro cúbico	Hectómetro cúbico	Decámetro cúbico	Metro cúbico	Decímetro cúbico	Centímetro cúbico	Milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	m^3

÷ 1.000 x 1.000

La medida que equivale al volumen de un cubo que tiene un metro de arista, es la unidad principal: m^3 (metro cúbico).

A las unidades de medida mayores que el m^3 se les llama múltiplos, y a las menores que el m^3 se les llama submúltiplos.

Las unidades de volumen aumentan y disminuyen de 1.000 en 1.000. Cada unidad es 1.000 veces mayor que la inmediata inferior y 1.000 veces menor que la inmediata superior.

Para pasar de una unidad a otra, tenemos:

• De cualquier unidad a una de orden inferior, multiplicamos por 1.000, 100.000, y así sucesivamente.

• De cualquier unidad a una de orden superior, dividimos por 1.000, 100.000, y así sucesivamente.

Observa los ejemplos en el cuadro siguiente:

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
	2	5	0	0	0	0	0	0			

25 x 1.000.000

25 m^3 = 25.000.000 cm^3

	2	5	0	0	0	0	0	0			

313 x 1.000

313 cm^3 = 313.000 mm^3

	2	5	0	0	0	0	0	0			

7: 1.000.000

7 cm^3 = 0,000007 m^3

Actividades

Convierte las siguientes unidades de volumen según sea el caso:

a) 5 m^3 a cm^3
b) 12,300 mm^3 a cm^3
c) 9 m^3 a mm^3
d) 19 cm^3 a m^3
e) 765,2 cm^3 a km^3

Capacidad de un cuerpo geométrico

La capacidad es la propiedad que posee un cuerpo geométrico de almacenar cierta cantidad de líquido en su interior. En ciertas ocasiones, para expresar la capacidad de un cuerpo cualquiera, utilizamos las unidades de volumen. Darte cuenta de ello es buscar en un envase contenedor de líquido (agua, jugo, leche) y evidenciar que la capacidad que indica el envase está en una unidad de volumen. Por ejemplo: un litro de leche puede estar expresado en 1.000cm^3, es decir:

1 litro = 1.000 cm^3
Medio litro = 500 cm^3
Un cuarto de litro = 250 cm^3

La unidad de medida principal para la capacidad de un cuerpo geométrico es el **LITRO (L)**.

Un litro: se puede definir como la cantidad de líquido que puede contener un cubo de arista igual a 10 cm. Al efectuar la multiplicación de las tres aristas, obtendríamos: 10 cm x 10 cm x 10 cm=1.000 cm^3. Esto quiere decir que 1.000 cm^3 equivale a 1 l.

Actividades

Revisa con tus compañeros y compañeras de clase varios productos de lácteos Los Andes y verifica su capacidad de almacenamiento, exprésala en litros.

¿Cuál es el volumen de los sólidos según sus formas?

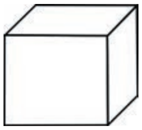
Existen algunas formas de hallar el volumen de los cuerpos geométricos según sus formas.

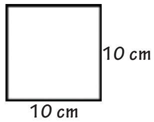
Actividades:

Realiza con tus compañeros y compañeras los paralelepípedos con las siguientes medidas:

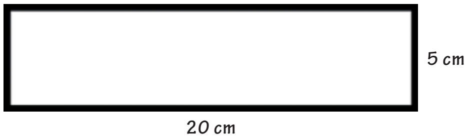
En una cartulina dibuja 5 cuadrados de lado igual a 10 cm.

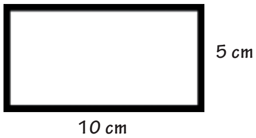
Recorta cada uno de esos cuadrados y utilizando silicón, ensambla un cubo

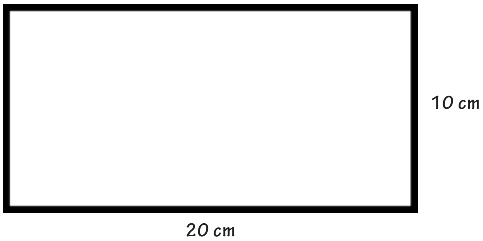


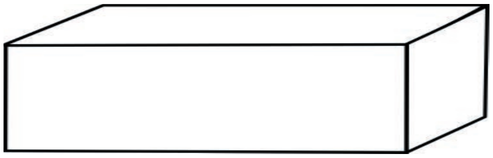


En una cartulina dibuja: 2 rectángulos de medidas 5 cm alto y 20 cm de ancho. Dos rectángulos de 5 cm alto y 10 cm de ancho, y un rectángulo de 20 cm de alto por 10 de ancho.









Utilizando silicón, ensambla el paralelepípedo.

En un vaso graduado vierte arena hasta alcanzar un litro de medida.

Posteriormente, vierte la arena medida en el cubo, luego viértelo en el otro paralelepípedo. ¿Qué puedes concluir?

7 Centro Diagnóstico integral (CDI)

El Centro Diagnóstico Integral es una institución de salud de moderna y efectiva tecnología médica, donde se garantiza los medicamentos e insumos requeridos de forma gratuita y con un personal de trabajo formado por médicos, enfermeros y técnicos que de manera integral brinda la calidad de la salud. Su objetivo principal es garantizar al paciente los servicios médicos y quirúrgicos de urgencia durante las 24 horas, además de constituir el centro coordinador de los ambulatorio tipo I.

Los servicios incluyen terapia intensiva, apoyo vital, electrocardiograma con servicio de urgencia de cardiología, consultas, otras urgencias médicas, oftalmología clínica, laboratorio clínico, ultrasonido, endoscopia, rayos X, análisis por Sistema Ultramicroanalítico (SUMA) y servicios de observación a pacientes. Uno de cada cuatro CDI cuenta con salón de operaciones para servicios de cirugía (CDIQx).

Las pastillas de mi abuela Lola

Mi abuela Lola asistió al CDI de Chuao y luego de ser atendida, el médico tratante le dio gratuitamente 3 tipos de pastillas que debe tomar: la pastilla roja cada 12 horas, la pastilla amarilla cada 8 horas y las pastillas blancas cada 6 horas.

Si empieza a tomarse las tres pastillas hoy a las 12 del mediodía, ¿cuándo volverá a tomarse las tres pastillas juntas otra vez?

Hagamos las listas de cuándo debe tomarse cada pastilla.
Pastilla Roja: Escribimos los primeros múltiplos de 12
MÚLTIPLOS DE 12: {12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108,...}
Pastilla Amarilla: Escribimos los primeros múltiplos de 8
MÚLTIPLOS DE 8: {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, ...}
Pastilla Blanca: Escribimos los primeros múltiplos de 6:
MÚLTIPLOS DE 6: {6,12,18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, ...}

Veamos los números que se repiten o son comunes en las tres listas.

Observa que, por ejemplo, el 12 es múltiplo de 12 y de 6 pero no de 8, por tanto, 12 no lo tomamos; porque debe estar en las tres listas.

Comunes: {24, 48, 72, . . .} elegimos el más pequeño, evidentemente 24.

El menor número común que es múltiplo de 12, 8 y 6 es el 24, por tanto, decimos que el mínimo común múltiplo de 12, 8 y 6 es 24. Matemáticamente, se, escribe: m.c.m.(12,8,6)=24

No olvidemos a la abuela . . . el 24 significa que tienen que pasar 24 horas para que la abuela Lola se tome las tres pastillas simultáneamente.

Actividades

Tres tíos tienen que hacerse revisiones de rutina cada uno; el tío Pedro cada 20 días, el tío Teti cada 15 días y el tío Carlos cada 25 días. ¿Qué día se verán los tres tíos en el CDI?

Resuelve el problema y ayuda a los tíos.

Trata de resolver el problema en tu cuaderno.

El método anterior es muy largo Busquemos otro método para calcular el mínimo común múltiplo entre dos o más números. Llamémosle descomposición simultánea.

Colocamos el 25, 20 y 15 a la izquierda, separados por una línea vertical a la derecha.

$$\begin{array}{ccc|c} 25 & 20 & 15 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & \end{array}$$

Observamos que el 25 se puede dividir por 5, 25÷5=5; colocamos el cinco que divide a la derecha y el cociente debajo del 25.

Proseguimos igual con el 20 y el 15, 20÷5=4 15÷5=3, colocamos el 4 y el 3 debajo del 20 y el 15, respectivamente.

$$\begin{array}{ccc|c} 25 & 20 & 15 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ & 2 & 3 & 2 \\ & 1 & 3 & 3 \\ & & 1 & \end{array}$$

Buscamos un número que divida al 5; desde luego, es el cinco; lo colocamos a la derecha, dividimos 5 ÷ 5=1, colocamos el 1 debajo del 5.

El cuatro y el tres no son divisibles por 5; los copiamos igual debajo de ellos.

El 4 es divisible por 2, 4÷2=2, lo colocamos debajo del 4, el 3 se deja igual.

Procedemos de igual forma con el tres.

El mínimo común múltiplo será el producto de los números de la columna de la derecha 5 x 5 x 2 x 2 x 3 = 25 x 4 x 3 = 100 x 3 = 300. Decimos que el mínimo común múltiplo de 25, 20 y 15 es 300 y se escribe matemáticamente: m.c.m. (25, 20, 15)= 300. El resultado 300 significa que los tíos se encontrarán en el CDI cada 300 días.

La industria farmacéutica que provee medicina a los centros de diagnóstico integral (CDI), así como a las demás unidades de la Misión Barrio Adentro: salas de rehabilitación Integral (SRI), centros médicos de alta tecnología (CAT) y módulos de Barrio Adentro, elabora tres tipos de pastillas: A, B y C.

El Hospital Cardiológico Infantil Dr. Gilberto Rodríguez Ochoa desea elaborar distintos empaques para cada una de las tres pastillas. Ayúdanos a resolver la siguiente actividad.

Actividades

Supongamos que se desean colocar 36 pastillas tipo A en un empaque, 36 pastillas; en dos empaques, 36 pastillas; en tres empaques, y así sucesivamente hasta 36 pastillas en 36 empaques.

Copia y termina el siguiente cuadro en tu cuaderno y complétalo con los resultados obtenidos.

Pastillas a repartir	Número de empaques	Número de pastillas en cada empaque	Pastillas sobrantes
36	1	36	0
36	2	18	0
36	3		
36	4		
36	5	7	1
⋮	⋮	⋮	⋮

Según los resultados que has colocado en el cuadro anterior, ¿cuándo crees que las reparticiones de pastillas son exactas? ¿Qué operación usaste para repartir las pastillas entre el número de empaques? ¿Cuándo no sobraron pastillas?

¡Algo para conocer!

El doctor Gilberto Rodríguez Ochoa nace en La Pastora, Caracas, el 6 de agosto de 1941, fue conocido como el "Quijote" de la medicina en la República Bolivariana de Venezuela por la visión crítica que poseía sobre el acto curativo y su capacidad de soñar con una sociedad más justa e integrada. Se especializó en dermatología sanitaria y escribió el libro "Del ejercicio privado de la medicina o de la alienación del acto curativo", en el cual denuncia la injusticia social que existía en Venezuela.

Maestro Simón:

—De sus respuestas ustedes pudieron hacer reparticiones exactas de las 36 pastillas para 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 o 36 empaques. En los otros casos siempre sobraron pastillas.

Una manera rápida de hacer la actividad fue usar la división entre números naturales. Cuando pudieron hacer la repartición exacta ustedes obtuvieron los DIVISORES del número 36.

Podrías decir, en tus propias palabras, ¿qué es el divisor de un número?

Maestro Simón:

Recordemos que cuando estudiaron en grados anteriores la división entre números naturales, ustedes probaron que el resultado era correcto si se cumplía la relación:

DIVIDENDO = DIVISOR X COCIENTE + RESTO

En esa relación el resto es SIEMPRE MENOR QUE EL DIVISOR.

En algunas de las reparticiones que ustedes hicieron la división fue exacta; en esos casos el resto es cero. Tenemos que la relación es:

DIVIDENDO = DIVISOR X COCIENTE

$36 = 1 \times 36$
$36 = 2 \times 18$
$36 = 3 \times 12$
$36 = 4 \times 9$
$36 = 6 \times 6$

En el caso de la repartición de las 36 pastillas, ese número era su dividendo y sus divisores resultan ser 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36.

Entonces, podemos afirmar que 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36 SON DIVISORES DE 36 porque al dividirlo entre cada uno de ellos la división es exacta.

Actividades

Maestro Simón: ustedes han obtenido los divisores de 36. Obtengan ahora los divisores de 48 y 54. Copien en sus cuadernos el siguiente cuadro y lo completan:

Divisores comunes entre 36, 48 y 54									

¿Cuál será el mayor de los divisores comunes entre 36, 48 y 54? Es decir, ¿cuál es el divisor más grande que comparte el 36, 48 y 54?
El divisor más grande de dos o más números suele llamarse MÁXIMO COMÚN DIVISOR ENTRE 36, 48 y 54.

Ahora, mis estimadas y estimados estudiantes, quiero hablarles de la divisibilidad. Ya hemos dicho que un número se dice DIVISOR de otro si lo divide exactamente.

Hay algunas formas sencillas y prácticas de saber si un número es divisible por otro. Estas formas son conocidas como CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD. Algunos de ellos ya los estudiamos en grados anteriores. Vamos a recordar dichos criterios y te plantearemos algunas interrogantes para que las respondas junto con tus compañeras y compañeros.

Veamos:

¿Será tu número de cédula de identidad un número par?

¿Será el número de estudiantes de esta sección un número par?

Un número es divisible por 2, si termina en cero, dos, cuatro, seis u ocho. En general, si termina en cifra par.

¿Cómo se le llaman a los números que no son pares?
¿Conoces el juego pares o nones?

Un número es divisible por 3, si la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.

¿Será tu número de cédula de identidad divisible por 3?

¿Será el número de estudiantes de esta sección divisible por 3?

¿Cuáles dígitos debes colocar sobre la rayita, de manera tal que el número 7.312.8_9 sea divisible por 3?

¿Será tu número de cédula de identidad divisible por 4?

¿Será el número de estudiantes de esta sección divisible por 4?

Un número es divisible por 4, si el número formado por los dos últimos dígitos es múltiplo de 4.

Un número es divisible por 5, si termina en cero o cinco.

¿Será tu número de cédula de identidad divisible por 5?

¿Será el número de estudiantes de esta sección divisible por 5?

¿Será tu número de cédula de identidad divisible por 6?

¿Será el número de estudiantes de esta sección divisible por 6?

Un número es divisible por 6, si es divisible por 2 y por 3.

¿Qué dígitos deberías colocar sobre las rayitas para que el número 49._6_ sea divisible por 6?

Descomposición de un número en factores primos

Maestro Simón: todo número compuesto se puede descomponer de forma única (salvo el orden de los factores) en productos de factores primos.

RECUERDA QUE UN NÚMERO NATURAL ES PRIMO SI TIENE SOLO 2 DIVISORES: EL 1 Y ÉL MISMO .

En la práctica se procede como sigue:

1) Traza una línea vertical y coloca el número a descomponer en la parte superior izquierda.

2) Divide el número por el menor primo que sea posible, 2, 3, 5,... (puedes aplicar los criterios de divisibilidad para saber si la división será exacta o no). Coloca el divisor (el número primo) en la parte superior derecha y el cociente debajo del primer número.

3) Repite el proceso hasta que en la parte izquierda te aparezca un 1 con lo que la descomposición habrá terminado.

Por ejemplo: descomponemos 48 en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Escribimos el 48 como producto de factores primos

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3.$

Abreviando: $48 = 2^4 . 3$

También, descomponemos 60 en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$60 = 2 . 2 . 3 . 5$

$60 = 2^2 . 3 . 5$

Otros métodos para calcular el m.c.m. y el M.C.D.

Con la descomposición de los números en factores primos podemos tener otro método para calcular el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dos o más números.

Calculemos el minímo común multiplo de 48 y 60.

Para calcular el m.c.m. (48, 60) tomamos los factores primos comunes entre 48 y 60, así como también los factores primos que no sean comunes.

$48 = 2^4 \times 3$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Observa que son comunes los factores 2 y 3 y el 5 es no común

El mínimo común multiplo lo calcularemos tomando 2,3 y 5 con sus mayores exponentes y procedemos a multiplicar.

$$\text{m.c.m.}(48,60) = 2^4 \times 3 \times 5 = 16 \times 15 = 240$$

CALCULEMOS EL MAXIMO COMÚN DIVISOR DE 48 Y 60.

El M.C.D. (48, 60) será el producto de los factores comunes con su menor exponente, esto es: $48 = 2^4 \times 3$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, observamos que los factores comunes son el 2 y 3, y los tomamos con el menor exponente.

M.C.D. (48,60) = $2^2 \times 3 = 12$

El M.C.D. también se utiliza para simplificar fracciones. Por ejemplo, para simplificar la fracción $\frac{48}{60}$ se calcula primero el M.C.D. (60, 48) = 12, y luego se divide tanto el numerador y el denominador de la fracción inicial por 12 para obtener la fracción simplificada. $\frac{48 \div 12}{60 \div 12} = \frac{4}{5}$

Actividades

Calcula el m.c.m. y el M.C.D. de los siguientes números

a) 4 y 6 b) 6 y 8 c) 12 y 18 d) 12 y 15 e) 10 y 15

f) 4, 10 y 15 g) 12, 14 y 36

Efectúa en cada caso la multiplicación del m.c.m. y el M.C.D. ¿Qué puedes concluir?

8 Mamá ¡yo voy al mercado!

Ofrecer a la población venezolana productos de la cesta básica e insumos básicos para el hogar a precios regulados en diferentes puntos de venta habilitados a lo largo y ancho del país, es la misión emprendida por las redes de Mercado de Alimentos (Mercal) y la Productora y Distribuidora Venezolana de Alimentos (Pdval), mediante puntos de comercio fijos y móviles. De esta manera el Ministerio del Poder Popular para la Alimentación (MPPAL) garantiza a través de estas redes la seguridad y soberanía alimentaria de nuestra población.

Actualmente (2011), existen quince mil setecientos cuarenta y tres (15.743) establecimientos de la Red Mercal en nuestro territorio nacional y ciento veintidós (122) establecimientos de la Red de Pdval a nivel nacional.

¡Algo para conocer!

El Ministerio del Poder Popular para la Alimentación posee ocho (8) organismos adscritos:

1) Corporación de Abastecimiento y Servicios Agrícolas, S.A. (CASA)
2) Mercado de Alimentos, C. A. (Mercal)
3) Productora y Distribuidora Venezolana de Alimentos (Pdval)
4) Fundación Programa de Alimentos Estratégicos (Fundaproal)
5) Superintendencia Nacional de Sitios, Almacenes y Depósitos Agrícolas (SADA)
6) Logística Casa, S.A. (Logicasa)
7) Venezolana de Alimentos La Casa, S.A. (Venalcasa)
8) Instituto Nacional de Nutrición (INN)

Orden en las fracciones

En la casa me permiten ayudar a realizar las compras en el Mercal más cercano. Me pidieron que llevara $\frac{1}{4}$ kg de café Venezuela, pero ¡mejor llevo $\frac{1}{2}$ kg! ¿Cuál paquete trae más café?

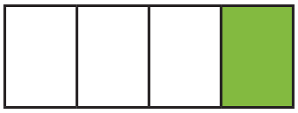
El maestro Simón dice a sus estudiantes: Para saber qué paquete trae mayor cantidad de café debemos comparar ambas cantidades.

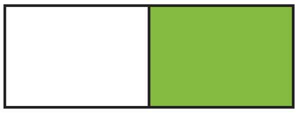
Para ello debemos ordenar las fracciones, utilizando las siguientes relaciones de orden: "MAYOR QUE" (>), "MENOR QUE" (<) o "IGUAL A" (=)

Observa los numeradores y denominadores de las fracciones y aplica un criterio:

CRITERIO 1: Orden de fracciones con igual numerador

Al comparar dos fracciones con igual numerador, podemos visualizar lo siguiente:


$\frac{1}{4}$


$\frac{1}{2}$

¿Cuál fracción crees tu que es mayor? Muy bien, podemos observar en los gráficos que $\frac{1}{2}$ ocupa más espacio que $\frac{1}{4}$.

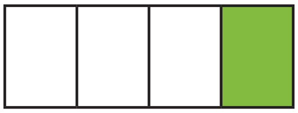
Entre dos fracciones con igual numerador, decimos que es MAYOR la que tiene MENOR DENOMINADOR.

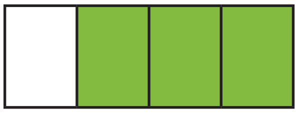
Ejemplo: entre $\frac{1}{4}$ kg y $\frac{1}{2}$ kg, es mayor $\frac{1}{2}$ kg porque $2 < 4$

Entonces, escribimos $\frac{1}{2}$ kg > $\frac{1}{4}$ kg

CRITERIO 2: Orden de fracciones con igual denominador

Veamos ahora un ejemplo de fracciones con igual denominador.


$\frac{1}{4}$


$\frac{3}{4}$

¿Cuál fracción es mayor? ¿Puedes enunciar el criterio?

Observamos las fracciones con igual denominador y decimos que es MAYOR la que tiene MAYOR NUMERADOR.

Ejemplo: $\frac{1}{4}$ kg y $\frac{3}{4}$ kg, es mayor $\frac{3}{4}$ kg porque $3 > 1$

Entonces, escribimos $\frac{3}{4}$ kg > $\frac{1}{4}$ kg

CRITERIO 3: Orden de fracciones con distintos numeradores y denominadores.

Para ordenar fracciones con distintos numeradores y denominadores, hallamos fracciones equivalentes con igual denominador.

Ejemplo: $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{4}$

i. Debemos hallar el mínimo común múltiplo entre los denominadores m.c.m. (4,5) = 20

ii. Dividimos el m.c.m. entre cada denominador. Luego, amplificamos las fracciones por el resultado.

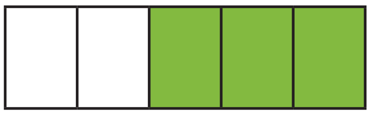
$$20 \div 5 = 4 \qquad\qquad 20 \div 4 = 5$$

$$\frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} \qquad\qquad \frac{2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{10}{20}$$

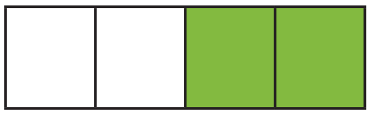
iii. Comparamos las fracciones obtenidas $\frac{12}{20}$ y $\frac{10}{20}$

Como 12 > 10 entonces $\frac{12}{20} > \frac{10}{20}$

Sustituyendo las fracciones equivalentes, tenemos que $\frac{3}{5} > \frac{2}{4}$. Esto lo podemos visualizar con un gráfico.



$\frac{3}{5}$



$\frac{2}{4}$

¡Algo para conocer!

El 23 de abril de 2003 Mercal inicia sus actividades con la inauguración de un Mercal tipo I realizada en el sector Ruiz Pineda de la parroquia Caricuao, en Caracas. Este fue el primer establecimiento en abrir; así lo hizo saber el presidente Hugo Rafael Chávez Frías, dando paso a Mercal, que se constituye en uno de los programas sociales que impulsa el Gobierno Bolivariano para garantizar la cesta alimentaria a los más desposeídos.

Adición de fracciones

En grados anteriores hemos aprendido a sumar fracciones con el método de fracciones equivalentes. Utilicemos ahora el MÍNIMO COMÚN MULTIPLO. Calculemos, por ejemplo: $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{8}$

1) Debemos hallar el mínimo común múltiplo entre los denominadores y lo lo colocamos como denominador común. Recuerda que esto lo aprendimos en lecciones anteriores.

m.c.m. (4,2,8) = 8

2) Dividimos el m.c.m. entre cada denominador. Luego, multiplicamos el cociente obtenido por el numerador correspondiente.

$$\frac{3}{4} = \frac{(8 \div 4) \times 3}{8} = \frac{2 \times 3}{8} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{(8 \div 2) \times 1}{8} = \frac{4 \times 1}{8} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{8}$$

¡Permanece igual por tener el mismo denominador común, que es 8!

3) Ahora resolvemos, como aprendimos anteriormente, la operación con las fracciones de igual denominador. Entonces:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} = \frac{15}{8}$$

Por lo tanto, $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{8} = \frac{15}{8}$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE FRACCIONES

1) LA PROPIEDAD CONMUTATIVA indica que al cambiar el orden de los sumandos, el resultado no se altera. Ejemplo:

$$\frac{5}{8} + \frac{3}{2} = \frac{5 + 12}{8} = \frac{17}{8}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{8} = \frac{12 + 5}{8} = \frac{17}{8}$$

2) LA PROPIEDAD ASOCIATIVA indica que al sumar más de dos fracciones, podemos variar la forma de agruparlas y el resultado no se altera.

Ejemplo:

$$\frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2} + \frac{8}{5}\right) = \frac{5}{4} + \frac{15+16}{10} = \frac{5}{4} + \frac{31}{10} = \frac{25+62}{20} = \frac{87}{20}$$

$$\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{2}\right) + \frac{8}{5} = \frac{5+6}{4} + \frac{8}{5} = \frac{11}{4} + \frac{8}{5} = \frac{55+32}{20} = \frac{87}{20}$$

3) EL ELEMENTO NEUTRO de la adición de fracciones es el número cero (0), ya que al sumarle cero (0) a cualquier fracción, el resultado es la misma fracción.

Ejemplo: $\frac{9}{4} + 0 = 0 + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$

Sustracción de fracciones

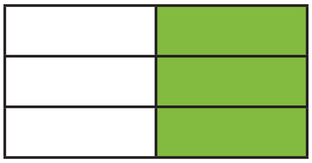
En grados anteriores hemos estudiado la sustracción de fracciones. Recordemos esa operación $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

En primer lugar, representemos gráficamente ambas fracciones.

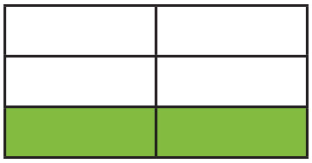
$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

Dividamos el gráfico de $\frac{1}{2}$ en tercios y el gráfico de $\frac{1}{3}$ en medios



$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$



$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Con este procedimiento hemos encontrado fracciones equivalentes. Veamos: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ y $\frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$

Por lo tanto, $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ es igual a decir $\frac{3}{6} - \frac{2}{6}$. Por lo tanto, procedemos a restar los numeradores y colocar el mismo denominador.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

También podemos realizar la operación de sutracción calculando el mínimo común múltiplo de los denominadores de las fracciones.

$\frac{4}{6} - \frac{1}{2}$

Obtengamos el m.c.m. (2,6)

$2 = 2$

$6 = 2 \times 3$

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{2} = \frac{(1 \times 4) - (3 \times 1)}{6}$$

$$\frac{4}{6} - \frac{1}{2} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$$

Seleccionamos los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.
Entonces, el m.c.m. (2,6) = 6

Multiplicación de fracciones

Podemos saber cuánto café habrá si multiplicamos las fracciones.

Recordemos, como ya hemos estudiado en grados anteriores, que el producto de dos o más fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores, y como denominador el producto de los denominadores.

Ejemplo: $\frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5 \times 1}{4 \times 2} = \frac{5}{8}$

En la multiplicación de fracciones se cumplen las propiedades conmutativa, asociativa y elemento neutro.

1) LA PROPIEDAD CONMUTATIVA indica que al cambiar el orden de los factores, el resultado no se altera.

Ejemplo: $\frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{6}$ $\qquad$ $\frac{5}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{35}{6}$

2) LA PROPIEDAD ASOCIATIVA indica que al multiplicar más de dos fracciones podemos variar la forma de agruparlas y el resultado no se altera.

Ejemplo:

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{7} \times \frac{9}{5}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{9}{35} = \frac{9}{105}$$

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{7}\right) + \frac{9}{5} = \frac{1}{21} \times \frac{9}{5} = \frac{9}{105}$$

EL ELEMENTO NEUTRO de la multiplicación de fracciones es el número uno (1). Recuerda que cualquier fracción con igual numerador y denominador es la fracción unidad; en ambos casos genera como resultado la misma fracción.

Ejemplo: $\frac{9}{4} \times 1 = 1 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$

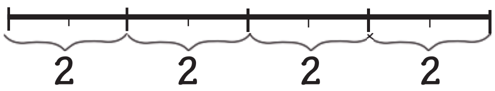
$$\frac{9}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{4} \times 1 = \frac{9}{4}$$

División de fracciones

Recordemos que en la división de números naturales, ejemplo, $8 \div 2$, nos preguntábamos cuántas veces 2 están contenidos en 8, y al realizar la división, teníamos:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \cline{2-2} -8 & 4 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Esto quiere decir que el número 2 está contenido 4 veces en el 8. Y también lo podríamos visualizar así:

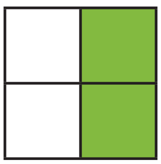


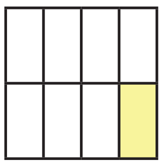
El 2 está contenido 4 veces en 8.

Veamos qué ocurre en la división de una fracción entre otra.

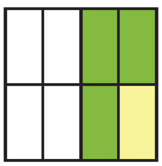
Si tenemos la siguiente división $\frac{2}{4} \div \frac{1}{8}$, según lo planteado anteriormente, nos podríamos preguntar: ¿Cuántas veces $\frac{1}{8}$ está contenido en $\frac{2}{4}$?

Representemos gráficamente ambas fracciones:

$\frac{2}{4}$ 

$\frac{1}{8}$ 

Si superponemos una representación sobre la otra, tendremos:



Observa que el espacio ocupado por $\frac{1}{8}$ (color amarillo) cabe exactamente 4 veces en el espacio ocupado por $\frac{2}{4}$ (color verde).

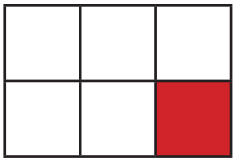
El resultado de nuestra división será: $\frac{2}{4} \div \frac{1}{8} = 4$

Es decir, $\frac{1}{8}$ está contenido 4 veces en $\frac{2}{4}$.

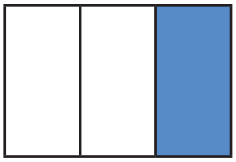
Veamos otro ejemplo. Queremos realizar la siguiente división:
$\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} =$

Aquí debemos preguntarnos: ¿Cuántas veces está contenido $\frac{1}{3}$ en $\frac{1}{6}$?
Ahora, podemos representar gráficamente ambas fracciones:

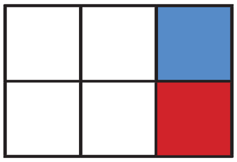
$\frac{1}{6}$



$\frac{1}{3}$



Si superponemos una representación sobre la otra, tendremos:



Observa que el espacio ocupado por $\frac{1}{3}$ (color azul) no cabe entero en el espacio ocupado por $\frac{1}{6}$ (color rojo); de $\frac{1}{3}$ cabe sólo una mitad en $\frac{1}{6}$.

Entonces, el resultado de nuestra división será: $\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{3}$ está contenido $\frac{1}{2}$ veces en $\frac{1}{6}$.

Pero, ¿para dividir fracciones tendremos siempre que representar las fracciones gráficamente?

No. Vamos a revisar las dos divisiones que hemos realizado y trataremos de obtener una forma de realizar ambas divisiones sin las representaciones gráficas.

Las dos divisiones anteriores fueron: $\frac{2}{4} \div \frac{1}{8} = 4$ y $\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$

Como debes recordar, en el caso de la multiplicación de fracciones, multiplicamos numerador por numerador y denominador por denominador.

En el caso de la división, podemos hacerlo:

Multiplicando en forma cruzada el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, y el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda, veamos en las dos divisiones qué tenemos:

$$\frac{2}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{2 \times 8}{4 \times 1} = \frac{16}{4}$$

Simplificando, es decir, dividiendo ambas fracciones entre 4, tenemos que:

$$\frac{2}{4} \div \frac{1}{8} = 4$$

Similarmente: $\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{1 \times 3}{6 \times 1} = \frac{3}{6}$

Simplificando, es decir, dividiendo el numerador y el denominador entre el 3, el cual es divisor común a ambos números, tenemos que:

$$\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

¡Algo para conversar!

Discute con tus compañeras y compañeros una regla que te permita realizar divisiones entre fracciones.

En conclusión, para dividir fracciones distintas de cero, y con denominadores diferentes de cero, podemos resolver de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Actividades

Copia en tu cuaderno y resuelve los siguientes ejercicios:

1) Coloca en el recuadro el símbolo que corresponda. Recuerda utilizar el m.c.m. para ordenar las fracciones que tengan distintos denominadores.

a) $\frac{7}{5} \square \frac{7}{3}$ b) $\frac{4}{3} \square \frac{4}{5}$ c) $\frac{1}{9} \square \frac{5}{9}$

d) $\frac{2}{7} \square \frac{3}{5}$ e) $\frac{2}{9} \square \frac{2}{9}$ f) $\frac{5}{8} \square \frac{6}{4}$

2) Ordena de mayor a menor cada grupo de fracciones:

a) $\frac{2}{5}, \frac{1}{5}$ y $\frac{10}{5}$ b) $\frac{2}{9}, \frac{1}{2}$ y $\frac{9}{5}$ c) $\frac{4}{9}, \frac{10}{9}$ y $\frac{5}{9}$

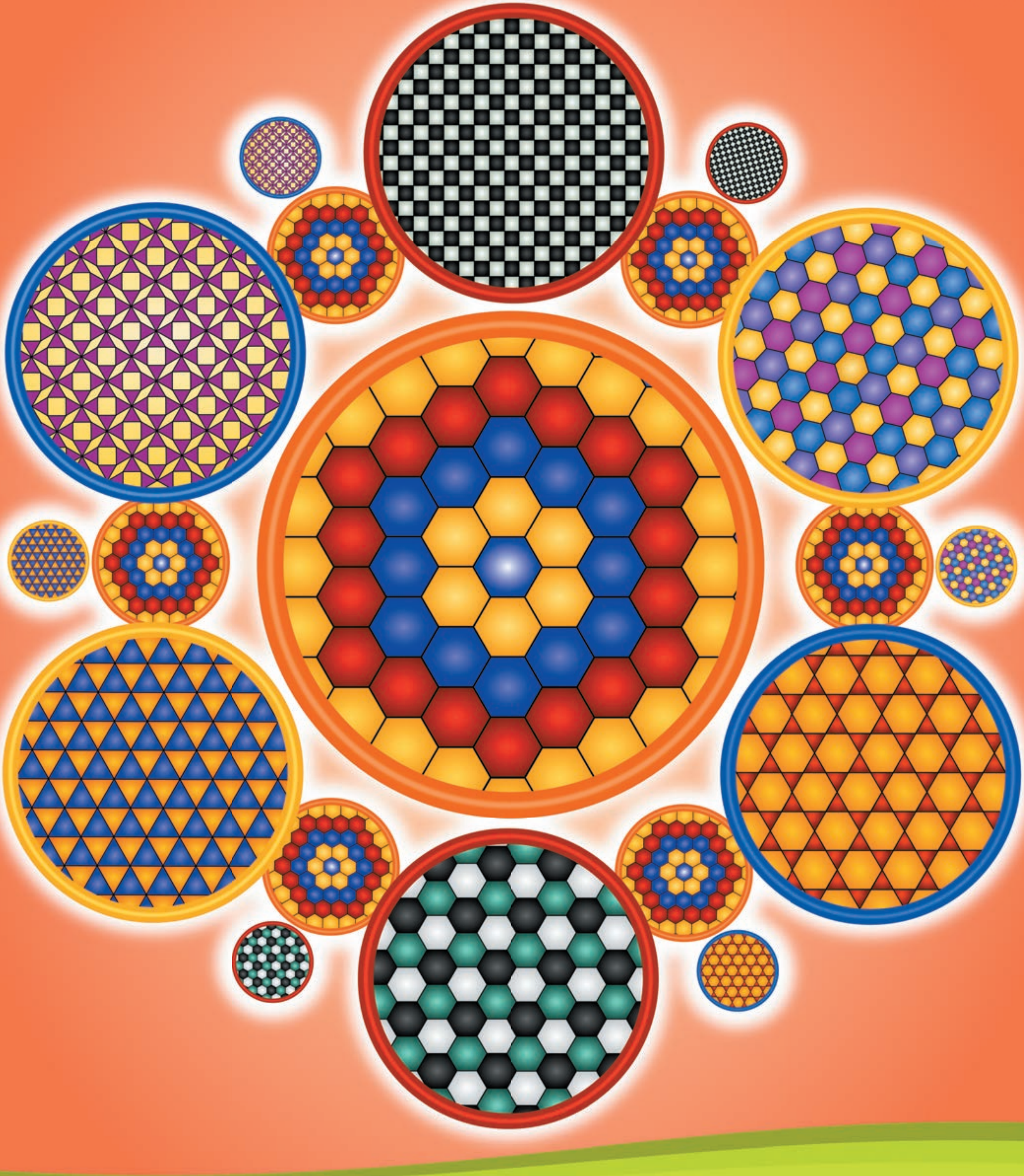
d) $\frac{5}{6}, \frac{7}{4}$ y $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{6}, \frac{1}{2}$ y $\frac{1}{5}$ f) $\frac{6}{7}, \frac{6}{8}$ y $\frac{6}{5}$

3) Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{1} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} =$ b) $\frac{4}{5} + \frac{7}{6} + \frac{1}{5} =$ c) $\frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) =$

d) $\frac{1}{3} + 2 \times \left(\frac{7}{5} + \frac{1}{5}\right) =$ e) $\frac{2}{3} + \left(5 + \frac{4}{9}\right) =$ f) $\left(\frac{5}{15} + \frac{13}{15}\right) \div \frac{2}{5} =$

9 ¡Los mosaicos!



Seguramente has observado hermosas obras de arte y quedaste maravillado por sus colores, diseños y belleza, pero tu eres capaz de hacer estas obras y la matemática te puede ayudar en ello.

Si, por ejemplo, tienes un cartón de forma rectangular, o con otra forma, puedes hacer grandes obras de arte. Pero es importante que recuerdes algunas definiciones que viste en grados anteriores y todo ese conocimiento lo pongas en práctica en este grado.

Recordemos que un polígono está constituido por una línea poligonal cerrada y la región del plano determinada por ella.

Dentro de las clasificaciones de los polígonos tenemos:
Según el número de ángulos (la manera más fácil de identificar a los polígonos es por el número de ángulos interiores que posee). Entre ellos, tenemos: triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos, octágonos, eneágonos, decágonos, entre otros.

Si un polígono tiene sus lados de igual medida y las medidas de sus ángulos son las mismas, se denomina POLÍGONO REGULAR.

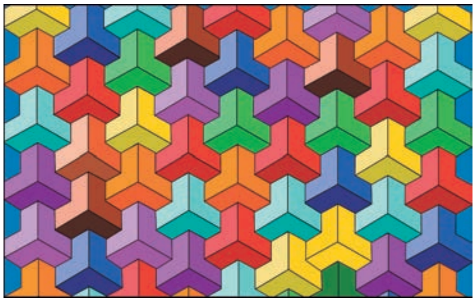
¡Algo para investigar!

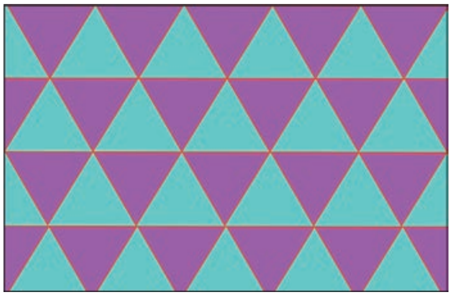
Investiga las fórmulas para calcular el área de los polígonos y cópialas en tu cuaderno.

El teselado

Un teselado es una regularidad o patrón de figuras que cubre completamente una superficie. Ella cumple dos condiciones: primero, que en el plano no queden huecos y, segundo, que las figuras no se superpongan.

Las figuras siguientes son teselados:



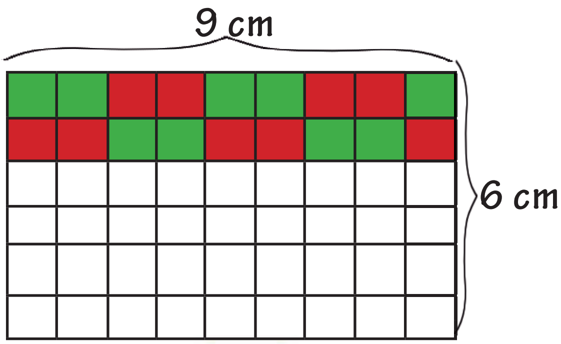


¡Algo para investigar!

Investiga: ¿Qué es isometría? ¿Quién es Escher?

Construyendo teselados

En tu cuaderno construye un rectángulo de 9 cm de base y 6 cm de altura, traza cuadrículas de 1 cm x 1 cm. Colorea siguiendo la secuencia, tal como se muestra en la figura siguiente:



Recordemos que la fórmula matemática para hallar el área de un rectángulo es $A = bxh$. El área de un triángulo es $A = \frac{bxh}{2}$, donde *b* es la base y *h* es la altura correspondiente.

Actividades

Responde en tu cuaderno las siguientes preguntas:

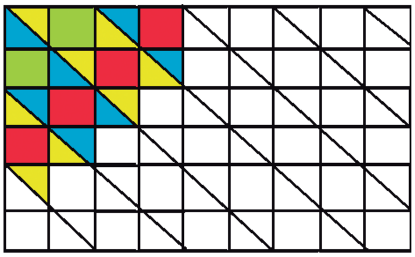
En el dibujo anterior ¿Cuál es el área del rectángulo más grande? ¿Cuál es el área total de los cuadrados de color verde? ¿Cuál es el área total de los cuadrados de color rojo?

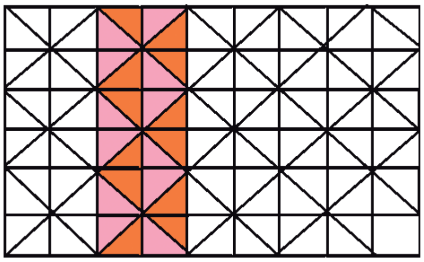
Actividades

Construye en tu cuaderno un rectángulo con medidas iguales al anterior, traza las cuadrículas y las diagonales que van de izquierda a derecha. Colorea y completa el teselado como se observa en la figura siguiente.

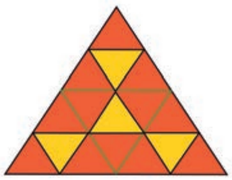
Halla el área total de los polígonos de color azul, verde, amarillo y rojo. Justifica tu razonamiento y comparte con tus compañeras y compañeros tus resultados.

Construye en tu cuaderno otro rectángulo con medidas iguales a los anteriores, cuadricúlalo y traza las diagonales que van de izquierda a derecha y de derecha a izquierda. Colorea tal como se muestra en la figura.





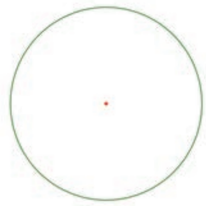
Si el teselado está conformado por polígonos, regulares se denomina **TESELACIÓN REGULAR**; si, por el contrario, el teselado está conformado por polígonos irregulares, se denominarán teselación irregular. Existen tres teselaciones regulares; estas son:

Triángulo equilátero	Cuadrado	Hexágono regular
		

¿Recuerdas cómo construir estos polígonos regulares?

En años anteriores aprendimos cómo construir los polígonos regulares de tres y cuatro lados. Aquí te mostraremos la construcción del hexágono regular (polígono de seis lados de igual medida).

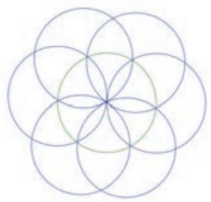
Dibujamos una circunferencia de cualquier radio.



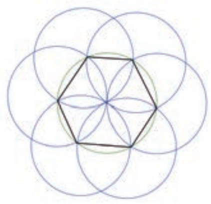
Haciendo centro en cualquier punto de la circunferencia y manteniendo el mismo radio, trazamos otra circunferencia.

En cualquier de los puntos de corte generados se traza otra circunferencia, manteniendo el mismo radio.

Este último paso se debe repetir cuatro veces más.



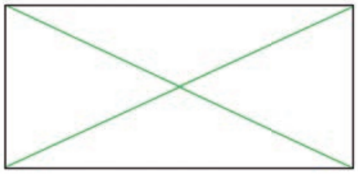
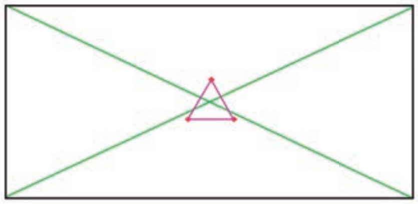
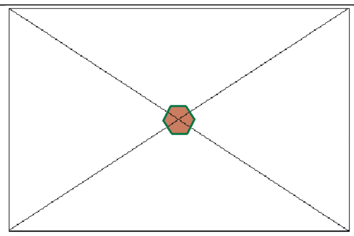
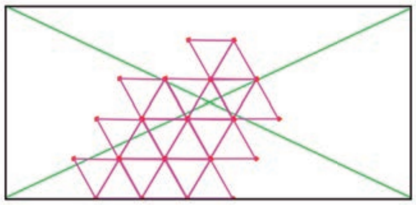
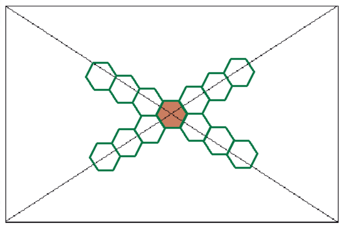
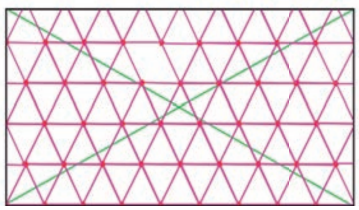
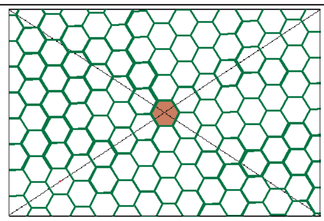
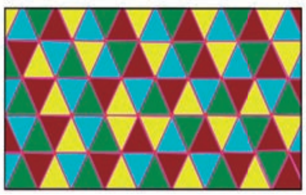
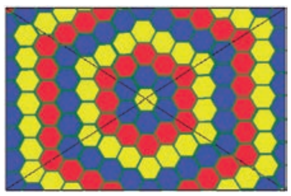
Unimos los puntos de cortes consecutivos, obteniendo el hexágono regular.



El trazado de las circunferencias lo debes hacer muy suave; los trazos deben ser finos. El trazado del polígono debe ser con líneas gruesas.

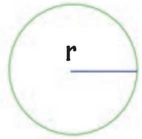
Construyendo teselados

Materiales: lámina rectangular (de tela, cartón o papel), juego de geometría, cartón, tijera, colores (témpera, óleo, creyón, etc.).

En el rectángulo traza las dos diagonales	
Decide el tipo de teselado que vas a utilizar y dibuja la figura en el cartón y recórtalo	
Coloca el polígono recortado en la hoja donde vas a hacer el teselado	 
Haz traslaciones consecutivas del polígono y remárcalo	 
Marca toda la hoja con el patrón que recortaste, haciendo coincidir los lados de un polígono con el otro	 
Los motivos de decoración varían según tu gusto e imaginación	 

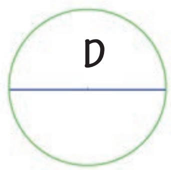
Longitud de una circunferencia

Hablar de circunferencias se ha convertido en parte de nuestro vocabulario común. Por definición, una circunferencia es una figura plana en la que todos sus puntos están a la misma distancia de otro fijo llamado centro. La distancia común de cualquiera de los puntos de la circunferencia al punto centro es el radio (r). La distancia a lo largo de la circunferencia a través del punto centro es el diámetro (D), y la longitud de una circunferencia (L) es la distancia recorrida al dar la vuelta completa a la curva de un círculo.



Radio (r)

El segmento que tiene como extremos el punto centro y un punto de la circunferencia se llaman radio (r).



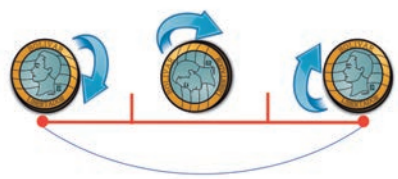
Diámetro (D)

El segmento que contiene al centro y dos puntos de la circunferencia se llama diámetro (D).

Figura 1. Monedas

Figura 2. Otros objetos relacionados con el círculo

Si tienes una moneda (figura 1) u objeto de forma circular (figura 2) mide el diámetro (D) de su circunferencia, toma nota de ello, y luego pon pintura en su borde. Desplaza el objeto sobre una superficie plana (hoja de papel) hasta dar una vuelta completa, y observa la marca dejada sobre la hoja, como se muestra en el siguiente dibujo:



Longuitud de la circunferencia

Mide con una regla la longitud (L) de la marca dejada por el desplazamiento de la moneda. Ahora procede a dividir la longitud de la marca dejada al desplazar el objeto de forma circular entre su diámetro (D). El resultado de la división realizada se aproxima a la siguiente cifra:

3,14159265358979324

Actividades

1) Recolecta y dibuja en tu cuaderno cinco o más objetos de forma circular y de diferentes tamaños. Señala cuáles círculos son grandes y cuáles son pequeños. Observas que todos los círculos dibujados tienen la misma forma, es decir, son semejantes, y su circularidad o redondez son perfectas.

¿Sabías que no todos los triángulos y rectángulos tienen la misma forma? Estos pueden ser estrechos o anchos. Las personas tampoco tienen la misma forma; existen personas altas, bajas o delgadas. Pero los círculos no son estrechos ni altos, pero todos son semejantes, es decir, tienen la misma forma. Es por ello que la razón de la circunferencia al diámetro es la misma para cualquier círculo: $\frac{L}{D}$ es constante para todos los círculos. Compruébalo en la siguiente actividad.

Cómo llamar a la constante obtenida de la razón entre L y D:

2) De los objetos de forma circular utilizados en la actividad 1, con una regla graduada calcula y anota en tu cuaderno en un cuadro como el que sigue, la razón existente entre las longitudes de las circunferencias y sus respectivos diámetros $\frac{L}{D}$.

Objeto (O_n)	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
L (cm)					
D (cm)					

Observa y reflexiona sobre los resultados obtenidos: ¿Cómo es L respecto a D: mayor o menor? ¿Qué pasa con L si D aumenta o disminuye? ¿Qué cifras o valores obtienes al dividir L entre D?

Hace muchos años los matemáticos escogieron la decimosexta letra del alfabeto griego, π (se lee "pi"), introduciendo un nuevo símbolo para nombrar a la constante obtenida de la razón entre L y D .

Definición: Si L es la longitud de una circunferencia y D su diámetro, entonces $\frac{L}{D} = \pi$.

De la relación $\frac{L}{D} = \pi$, se puede decir que $L = \pi D = 2\pi r$ Y como el diámetro es el doble del radio, podemos escribir otra igualdad como: $L = 2\pi r$.

Área de un círculo y π (pi)

La idea de aproximar un polígono regular a la circunferencia, nos puede llevar a comprender los círculos en los que están inscritas las diversas figuras poligonales.

En la figura 3 observa un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio r.

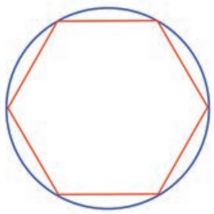


Figura 3. Hexágono inscrito en una circunferencia.

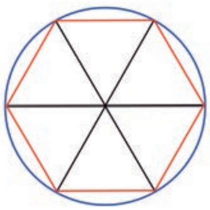


Figura 4. Hexágono regular dividido en seis triángulos.

Para determinar el área del hexágono, trazamos los radios desde el centro de la circunferencia (figura 4) a los cinco vértices sobre la circunferencia, dividiendo el hexágono en seis piezas triangulares.

Cada triángulo tiene de base la longitud *b* (lado del hexágono) y de altura *h* (línea discontinua perpendicular trazada desde el centro de la circunferencia hasta el lado del polígono, que se llama apotema) (figura 5).

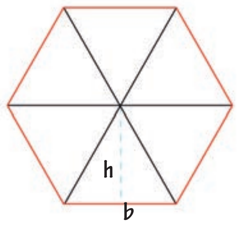


Figura 5. Altura y base de un triángulo.

Sabiendo que: la ecuación para hallar el área de un triángulo es:

$$\acute{A}rea = \frac{1}{2}(base)(altura) = \frac{1}{2}bh$$

Se puede decir que el área de un hexágono inscrito es igual a seis veces el área de un triángulo, es decir,

$$\acute{A}rea_{hexágono} = 6\ x\ \left(\frac{1}{2}bh\right) = \left(\frac{1}{2}h\right)\ x\ 6b$$

Pero 6b es exactamente 6 veces la longitud del lado del hexágono, o sea, el perímetro del hexágono. Resumiendo:

$$\acute{A}rea_{hexágono\ regular} = \left(\frac{1}{2}h\right)\ x\ \text{perímetro}$$

Para el caso general de un polígono regular de *n* lados, el polígono quedará dividido en *n* triángulos, cada uno de ellos con la apotema *h* y base *b*. De ahí:

$$\acute{A}rea_{polígono\ de\ n\ lados} = n\ \text{x}\ \left(\frac{1}{2}bh\right) = \left(\frac{1}{2}h\right)\ \text{x}\ nb = \left(\frac{1}{2}h\right)\ \text{x perímetro}$$

EL PERÍMETRO ES *N* VECES LA LONGITUD *B* DE CADA LADO

Recordemos que el perímetro de un polígono está determinado por la suma de la longitud de todos sus lados.

Agotando un círculo

Observa en el gráfico 1 los polígonos regulares (uno de 3 lados, uno de 4 lados y otro de 5 lados) inscritos cada uno en circunferencias de radios iguales. ¿Qué puedes decir respecto al área que cada uno de ellos ocupa en el círculo? ¿Qué ocurre con el área del círculo a medida que el polígono tiene más lados? Discute y reflexiona con tus compañeras y compañeros.

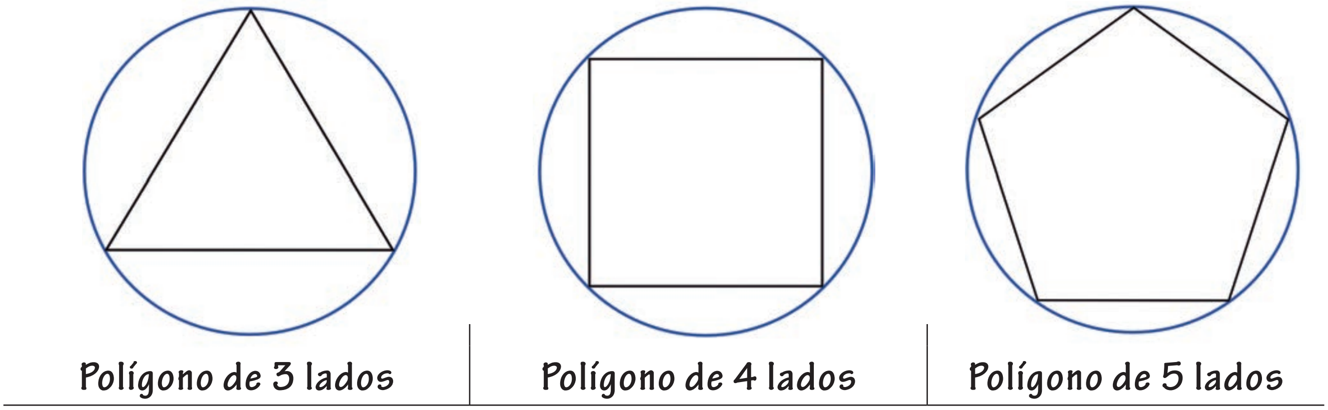


Gráfico 1. Polígonos regulares inscritos en circunferencias de igual radio o diámetro.

Los griegos decían que "agotaban" un círculo, cuando intuitivamente inscribían consecutivamente polígonos regulares de 10 lados, uno de 1.000.000, otro de 10.000.000, y así sucesivamente, aumentando sin fin el número de lados. De esta forma los polígonos iban "llenando" gradualmente el círculo y las áreas de las figuras inscritas se aproximarán al área del círculo.

Es importante saber que un polígono inscrito en una circunferencia nunca tendrá exactamente la misma área de un círculo, ya que sus lados (segmentos de rectas) por más pequeños que sean, nunca coincidirán con la línea curva que determina al círculo. Sin embargo, las áreas de los polígonos se aproximarán al área del círculo tan estrechamente como tantos lados tengan los polígonos.

Actividades

En tu cuaderno "agota" círculos de radios o diámetros de igual medida, inscribiendo en ellos polígonos regulares de 8, 13 y 32 lados, y divide cada polígono en áreas triangulares. Responde: ¿En cuántas áreas triangulares quedó dividido cada polígono? ¿Qué le pasa a la apotema y al perímetro cuando el número de lados de un polígono aumenta? ¿Qué observas respecto al área del círculo?

Realizada esta actividad, es evidente que h se aproxima al radio de la circunferencia. Igualmente, el valor límite de los perímetros de los polígonos regulares será el valor de la longitud de la circunferencia. Esto puede expresarse así:

$h \approx r$ y *perímetro* del polígono $\approx$ longitud de la circunferencia

$\approx$ significa aproximado

De lo anterior, decimos: *Área* del círculo $\approx \left(\frac{1}{2}h\right)$ x perímetro de un polígono regular es decir, *Área* del círculo $= \left(\frac{1}{2}r\right) x\, L = \frac{rL}{2}$.

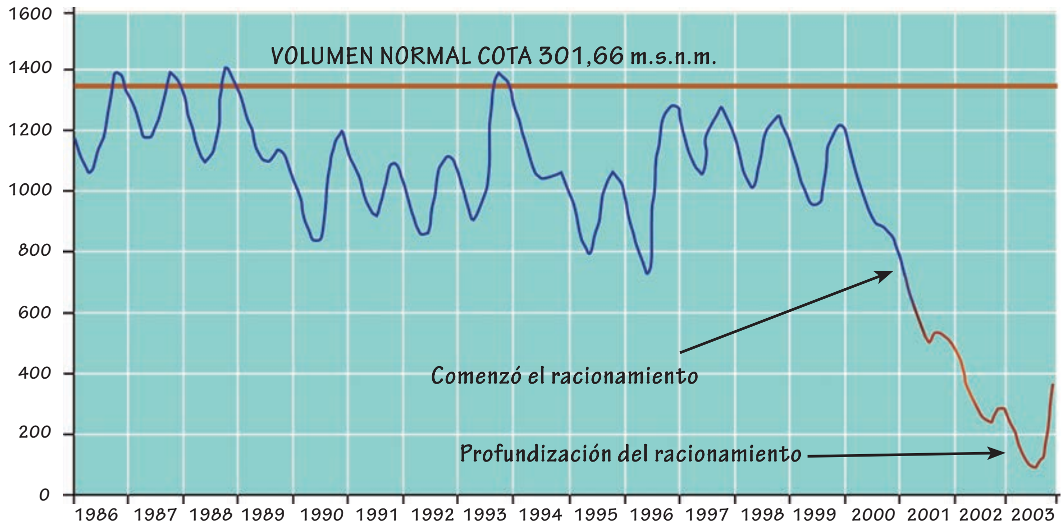
Y como se dijo antes que $L = \pi D = \pi$. La ecuación anterior se convierte en: *Área del círculo* $= \frac{rL}{2} = \frac{r(2r\pi)}{2} = \frac{2\pi r^2}{2} \quad \pi r^2$

$$\text{Área del círculo} = \pi r^2$$

Ésta es una de las ecuaciones clave de toda la matemática. Así, si queremos calcular la longitud de la circunferencia o el área de un círculo dado, seguro que nos encontramos con π.

10 Consumo de agua potable

Uno de los embalses de agua de la República Bolivariana de Venezuela se encuentra en Camatagua, estado Aragua. Ya pasado el año 1980 se observó una disminución importante de las lluvias en la región, tal como puede verse en el gráfico adjunto. El volumen normal de agua en este embalse se ubica en la cota 301,66 metros sobre el nivel del mar (m.s.n.m.). Esto se lee: trescientos uno coma sesenta y seis m.s.n.m.



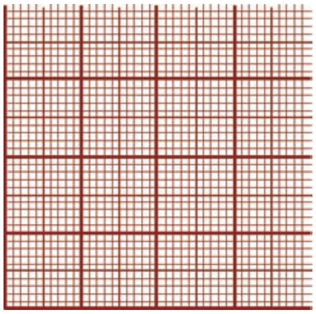
Actividades

Antes de seguir, te pedimos que observes el gráfico anterior y responde y discute las siguientes preguntas:

1) ¿Cuál es el volumen aproximado de agua del embalse cuando el nivel de agua alcanza la cota 301,66 m.s.n.m.?
2) ¿Qué volumen aproximado tenía el embalse cuando se inició el racionamiento?
3) ¿Cuál es el mínimo volumen que alcanzó el embalse entre 1986 y 2003?

Esto llevó a Hidrocapital (filial de Hidroven para el Dtto. Capital, y los estados Miranda y Vargas) a iniciar en 2001 un programa de racionamiento.

Un proyecto de investigación



En este proyecto haremos estadísticas del consumo de agua en nuestro hogar con la intención de apoyar la discusión sobre el tema. ¡Es mucho lo que podemos hacer desde nuestro hogar para usar racionalmente este importante recurso! Necesitarás un recipiente graduado con capacidad de al menos 1 litro (1 l) y papel milimetrado.

Actividades

1) Estima el volumen de agua que tú y tu familia utilizan en casa semanalmente. Para ello, clasifica los usos que haces de este recurso en el hogar al: a) lavar las manos, b) cepillar los dientes, c) tomar un baño, d) lavar el piso, e) cocinar y fregar, f) regar las plantas, g) lavar el carro, etc. Luego, debes estimar el volumen de agua que se consume (o gasta) en cada caso. Por ejemplo, puedes disponer el recipiente graduado en el lavamanos y proceder a lavarte las manos, como comúnmente lo haces, y efectuar el cálculo. Y en los casos en que este método no aplica, puedes valerte de un tobo y calcular el volumen de agua que se vierte en un minuto en las distintas llaves (abriéndolas como lo haces frecuentemente). Recuerda que es bastante probable que esta medida sea diferente en cada llave, pues en ello influye el diámetro de los tubos, el tipo de llave, la instalación, la presión del agua, entre otros aspectos.
   Nota: Emplea esta agua racionalmente.
2) Ahora debes medir el tiempo que tardas en cada actividad y efectuar el cálculo en cada caso; considera el número de miembros de tu hogar.

Actividades

3) Coloca estos datos en un cuadro y construye un gráfico para el volumen de agua por tipo de actividad en tu hogar (puede ser a través de un diagrama de barras).

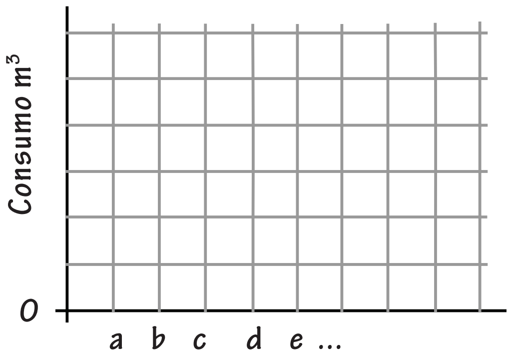
	Volumen de agua (m^3)	
Uso del agua	Semanalmente	Mensualmente
Lavar las manos		
Cepillar los dientes		
Tomar un baño		
...		
Totales		

4) Copia el siguiente gráfico en tu cuaderno y complétalo con las respuestas de las preguntas que se plantean.

a) ¿Cuál es el volumen de agua que se consume en tu hogar diariamente?

b) ¿Cuál es el consumo promedio por cada persona en tu hogar?

c) Discute con los demás miembros de la clase y determina en qué usos puedes ahorrar el consumo de agua; estima este valor y responde:



¿Cuál es el volumen de agua que puede ahorrarse mensualmente en tu hogar? ¿Y en todo el grupo?

d) ¿Qué puedes interpretar?

RECORDEMOS QUE EN GRADOS ANTERIORES ESTUDIAMOS DIFERENTES MAGNITUDES

La MAGNITUD es la propiedad que tienen los cuerpos, objetos, grupos de personas o regiones. Como, por ejemplo, su capacidad, su longitud, la velocidad, la presión, etc. Las magnitudes se pueden expresar a través de números.

La MAGNITUD y la CANTIDAD son cosas distintas. La magnitud es una propiedad que tiene cierto cuerpo, objeto, grupo de personas o regiones, y la cantidad es el valor numérico que tiene esa propiedad. Veamos un ejemplo: La capacidad de un envase es una magnitud. Si es de 1,5 l, esta es la cantidad.

Ahora bien, la PROPORCIÓN es la relación entre dos magnitudes. Tal es el caso de, por ejemplo, 250 l de agua por persona al día. La República Bolivariana de Venezuela tiene el promedio de agua por persona más alto de Latinoamérica. Este promedio es mayor en muchos países europeos, como España, que tiene 300 l por persona al día y en Estados Unidos, el cual ocupa el primer lugar con un promedio de 500 litros por persona al día.

Paradójicamente, una parte importante de la población mundial no tiene acceso al agua potable.

DISTRIBUCIÓN DE LAS RESERVAS DE AGUA "DULCE" EN EL MUNDO

Tipo de reserva	% de la reserva en detalle agua dulce	% de la reserva en agua dulce	
Hielo y nieve	69,6	Antártico	61,70
		Groenlandia	6,68
		Ártico	0,24
		Otros (montañas)	0,98
Aguas subterráneas	30,15	Acuíferos	30,10
		Agua contenida en el suelo	0,05
Lagos y pantanos	0,29		
Agua contenida en la atmósfera	0,04		
Ríos	0,006		

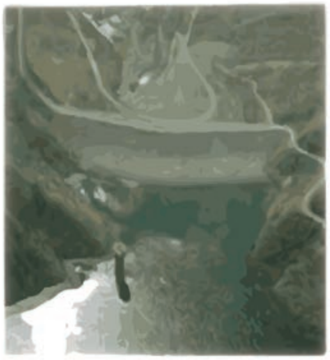
Actividades

Con los datos del cuadro anterior, organizate en pequeños grupos y realiza las siguientes actividades:

a) Discute con todo el grupo, en primer lugar, qué significa "agua dulce".
b) Construye un gráfico de barras con los porcentajes de reserva de agua dulce.
c) Investiga los nombres de los ríos, lagos o cuencas que proveen de agua dulce a tu estado.

Una información adicional

Para cada una de las represas en nuestro país (y en el mundo) existen diversos datos geográficos y matemáticos que la describen. En el caso de la represa CAMATAGUA, tenemos:



Nombre de la presa	Camatagua
Año de puesta en servicio	1968
Particularidad	Sin cambio
Nombre del río	Guárico
Ciudad más próxima	Camatagua
Tipo de presa	Tierra
Posición y naturaleza del estanque	Núcleo interno de tierra
Naturaleza de la fundación	Roca
Altura de la presa	73 metros
Longitud de la presa	370 metros
Volumen de la presa	2.200 miles de m^3
Capacidad del embalse	1.573.890 miles de m^2
Propósito uso del embalse	Abastecimiento de agua
Capacidad de descarga aliviadero	170(2,185)m^3/ s
Tipo de aliviadero	libre

¡Algo para conversar!

¿Qué significa longitud y altura de la presa? ¿Y la naturaleza del estanque? Discute esto con tus familiares, amigos y amigas.

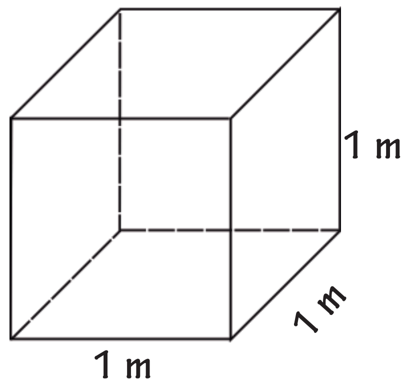
En ella vemos otra proporción muy importante, la capacidad de descarga del aliviadero:

$$270\ m^3/s$$

Es decir, DOSCIENTOS SETENTA METROS CÚBICOS POR SEGUNDO

El aliviadero es un elemento de seguridad de la presa que permite controlar el nivel de agua normal de la presa y constituirse en una parte del aforo (o capacidad) del río.

Fíjate que, como un elemento de comparación, supongamos que un modelo de pipote metálico tiene una capacidad aproximada de 208 l.

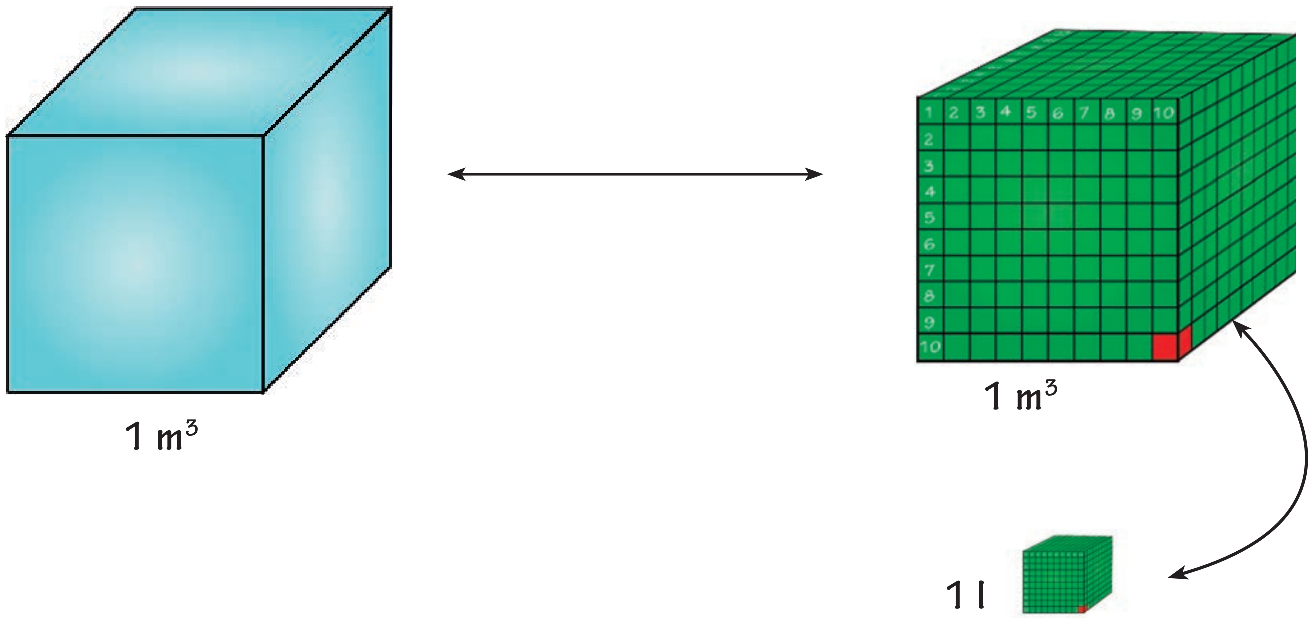


En este caso, la capacidad de descarga del aliviadero de la represa Camatagua es 270 m^3/s, ¿A cuántos pipotes de este tipo equivale? Veamos.

Recuerda que un metro cúbico es una medida de volumen que equivale al volumen de un cubo de un metro de arista.

Partamos de la relación: $1\,l \longleftrightarrow 1.000\ cm^3 \longleftrightarrow 0{,}001\ m^3$

Esto es, un litro equivale a 1.000 centímetros cúbicos, y también equivale a una milésima de metro cúbico (ve el gráfico que sigue).



Entonces,

$$2.08\,l = 208.000cm^3 = 0{,}208\ m^3$$

Aquí multiplicamos por 208 la relación dada anteriormente. Ahora, basta dividir 270 entre 0,208, lo cual surge de la regla de tres siguiente:

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ pipote} & \longleftrightarrow & 0{,}208m^3 \\ x & \longleftrightarrow & 270\ m^3 \end{array}$$

Así,

$$x = \frac{270\ m^3}{0,\ 208\ m^3}$$

$$= 1.298{,}07$$

Otros ejemplos importantes de proporción son:

El Impuesto al Valor Agregado (IVA), aunque comúnmente este impuesto se expresa como porcentaje. Para el año 2011 el IVA en nuestro país se ubicaba en 12 %, lo cual equivale a decir que 0,12 partes del costo del producto (en los casos en los que el impuesto aplica) consiste en un impuesto. He allí la importancia de exigir la factura en todos los locales comerciales, aun cuando el monto total a cancelar sea bajo.

El índice de masa corporal (IMC). Este es un cociente que relaciona la masa (comúnmente conocida como peso) y la estatura. Está dada por la ecuación:

$$IMC = \frac{masa(en\,kg)}{estatura^2\,(en\,m)}$$

La masa en kilogramos entre el cuadrado de la estatura, medida en metros. El cuadrado de la estatura se calcula multiplicando la estatura por sí misma. El IMC es una de tantas medidas (no es la única) para evaluar la masa (o peso) de una persona.

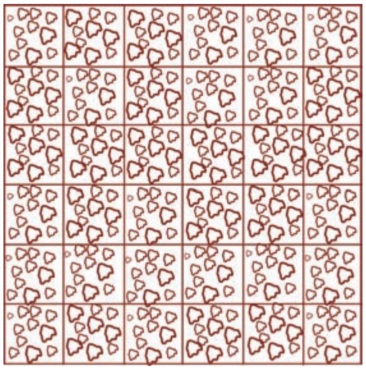
Adicionalmente, otros ejemplos de proporción serían:

a) 0,26 es el índice aproximado de pobreza en el mundo para el año 2000, lo cual quiere decir que 26 % del total de los habitantes de la Tierra vive en estado de pobreza. En nuestro país este índice ha bajado de 0,48 (en 1998) a 0,39 (en 2009).
b) El costo por hora de un estacionamiento también es un ejemplo de proporción; revisa estos datos en la ciudad donde vives.
c) La proporción áurea o divina, también conocida como número de oro es otro ejemplo de proporción. Si divides tu estatura entre la distancia que hay desde el piso al ombligo te dará, aproximadamente, 1,618, o la medida de tu ceja con respecto a la de tu ojo, entre otros.

Cada uno de estos ejemplos puede motivar otros proyectos en tu clase.

Actividades

1) Estima la cantidad de objetos sin necesidad de contarlos todos. Este método es muy usado en las ciencias naturales y la estadística.

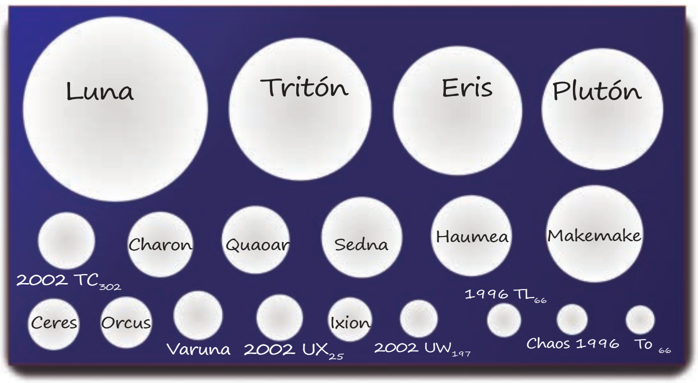


2) En cierto mapa, cada centímetro medido representa en la realidad 50 km. En este caso, el mapa está hecho con la escala 1:50.

Completa en tu cuaderno el cuadro siguiente:

Realidad			300 km	200 km
Mapa	2 cm	0, 05		

3) El gráfico que sigue muestra la comparación entre la Luna (de la Tierra), algunos "planetas enanos", tal como se les conoce en astronomía y otros cuerpos celestes.



Estima la proporción entre la Luna y Plutón. ¿Cómo puedes calcular esto? Idea un método para ello, junto con tus compañeros y compañeras.

11 Un país de tierras, hombres y mujeres libres

El 4 de agosto de 2011 el Ministerio del Poder Popular para la Información y la Comunicación de la República Bolivariana de Venezuela presentaba la siguiente información:

Política agraria ha regularizado producción de la tierra

Desde 2003 hasta 2010 se han regularizado más de 6 millones de hectáreas (6.094.391ha), beneficiando a más de 157.000 familias campesinas. Esto representa 31% del total de hectáreas regularizadas por el Instituto Agrario Nacional (IAN) en los últimos 52 años.

Continúa la información diciendo que la política agraria del Estado, en promedio, ha regularizado 128% más hectáreas por año que el promedio de hectáreas regularizadas en la IV República.

Desde el año 1949 hasta el año 2001, el IAN regularizó un promedio, por año, de 382.680 ha. En cambio, desde el año 2003 hasta el año 2010, el Instituto Nacional de Tierras (INTI) regularizó un promedio por año de 870.627 ha, es decir, 489.947 ha más.

Producción nacional agrícola

Desde 1988 hasta 1998, la producción agrícola nacional pasó de 15.915.235 a 17.160.577 toneladas de alimentos. Quiere decir que, sólo hubo un incremento de 8%. En cambio, desde 1998 hasta 2010, la Revolución Bolivariana incrementó de 17.160.577 a 24.686.018 toneladas de alimentos. Esto representa un incremento de 44%. Quiere decir, una diferencia de 36% con respecto a los últimos 10 años. Solo en el año 2010 se produjeron 1.100.000 toneladas de alimentos para el pueblo venezolano.

Erradicación del latifundio

El latifundio se ha reducido en 54%, desde el año 2003. De 6.700.000 hectáreas registradas como latifundio, en el Censo Agrícola de 1998, se han rescatado 3.696.978 ha (hasta mayo de 2011), que comprenden un total de 2.292 predios.

Aún falta por rescatar 3.003.022 hectáreas. De las 3.696.978 de hectáreas con vocación agrícola, pecuaria y forestal recuperadas por el Estado, 75% se encuentra completamente productivo.

¡Algo para investigar!

Con base en la información presentada anteriormente, te invitamos, conjuntamente con tus compañeros y compañeras, y con conocimientos adquiridos en grados anteriores, a responder las siguientes interrogantes:

1) ¿Cómo podemos calcular que en promedio se han regularizado 128% más hectáreas por año entre 2003 y 2010, que en el período comprendido entre 1949 y 2001?

2) ¿Cómo podemos saber que la producción nacional agrícola se incrementó en 44% desde 1998 hasta 2010?

3) ¿Cómo podemos conocer que el latifundio se ha reducido en Venezuela en más de 54% desde 1998 hasta mayo de 2011?

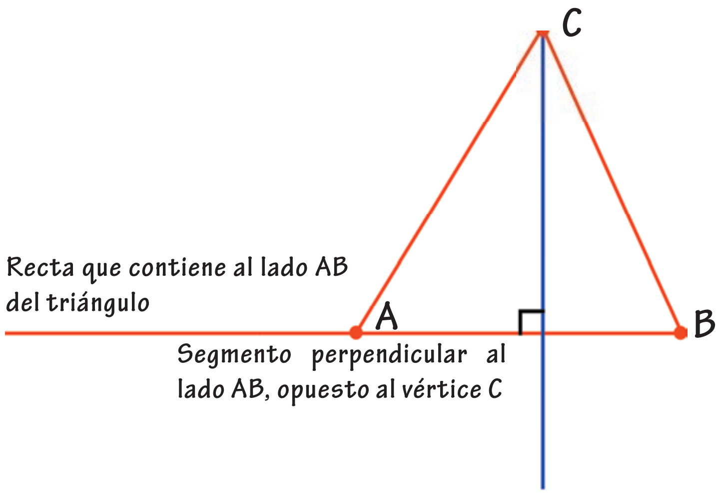
Observa que en la información dada se ha hablado de una cantidad muy grande de hectáreas de terreno. Para poder conocer ese número es necesario hacer un proceso llamado "levantamiento planimétrico", el cual se realiza mediante el método de triangulación, donde las líneas del levantamiento forman figuras triangulares, de las cuales se miden solamente los ángulos, y los lados se calculan a partir de uno conocido llamado base.

Esto lo podrás conocer a mayor profundidad en cuarto año de Educación Secundaria, cuando estudies una parte de la matemática llamada trigonometría. Una red de triangulación se forma cuando tenemos una serie de triángulos conectados entre sí. También podríamos tener cuadriláteros o cualquier otro polígono, siempre con la condición de que se deben descomponer en triángulos para hacer los cálculos correspondientes.

Vemos, entonces, que nuestros conocidos triángulos, que hemos estudiado en grados anteriores, son elementos fundamentales para los procesos de levantamiento de información sobre la extensión de la superficie de terrenos. Por ello, necesitamos conocer algunas líneas notables que están presentes en los triángulos.

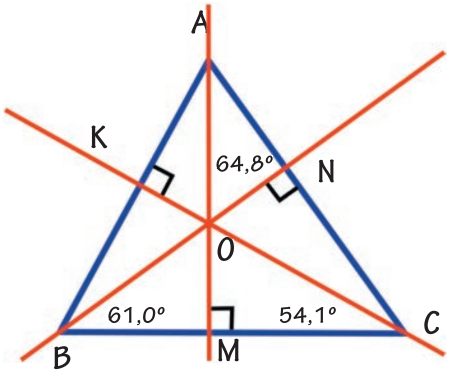
En quinto grado estudiaste una de esas líneas notables, las alturas de un triángulo. Recordemos que:

Una altura de un triángulo es un SEGMENTO PERPENDICULAR desde un vértice del triángulo a la recta que contiene el lado opuesto.



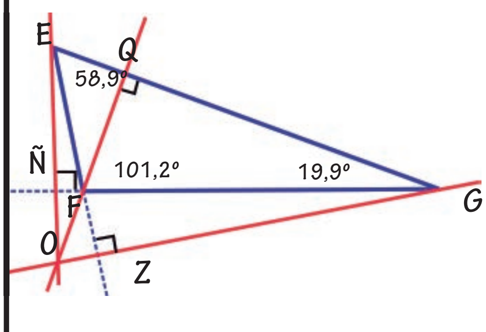
También estudiamos los puntos de corte entre las alturas de los distintos tipos de triángulo de acuerdo con sus ángulos y vimos que, para cada caso, las tres alturas de esos triángulos concurrían, o se intersecaban, en un solo punto, tal como se muestra en los gráficos:

Triángulo acutángulo



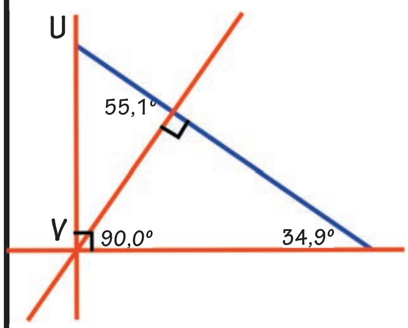
Rectas concurrentes

Triángulo obtusángulo



Rectas concurrentes

Triángulo rectángulo



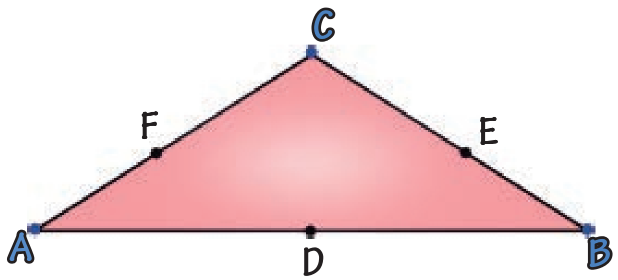
Rectas concurrentes

Al respecto, afirmamos que: el punto donde concurren las alturas de un triángulo o sus prolongaciones se llama ORTOCENTRO. El nombre deriva del término griego *orto*, que quiere decir *recto*, en referencia al ángulo formado entre las bases, o sus prolongaciones, y las alturas.

Buscando las medianas

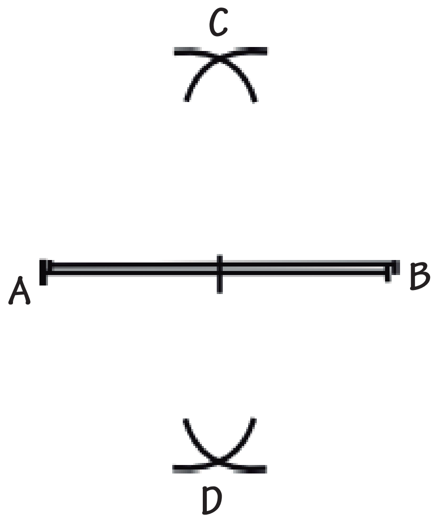
En el sur del lago de Maracaibo, el INTI distribuyó tierras entre varias comunas. Daniela, Hilmar y Ximena son tres de esas comuneras a quienes les adjudicaron tierras y cada una de ellas tiene sus respectivos sembradíos. Las tres decidieron unir sus esfuerzos y perforar un pozo que sirviera para que pudieran regar sus siembras. Daniela vive a 6 km de Hilmar, esta vive a la misma distancia de Ximena y a esta última la separa 8 km de la casa de Daniela, sin que las tres casas estén en la misma dirección. ¿Cómo harían las tres comuneras para que el nuevo pozo esté a la misma distancia de las tres casas?

Supongamos que Daniela vive en la casa A, Ximena en la casa B e Hilmar vive en la casa C. Esas tres casas representadas por los puntos A, B y C, conforman un triángulo. Vamos a dibujar ese triángulo y procedamos a marcar los puntos medios de cada uno de los lados del triángulo.

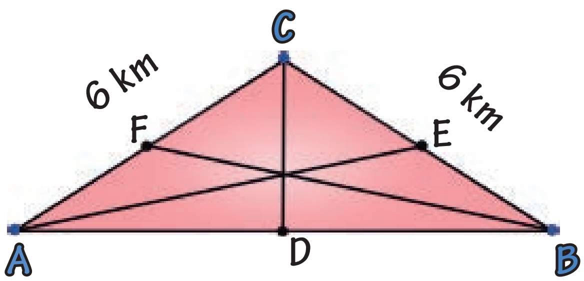


Recordemos

El punto medio de un segmento, como de cualquier lado del triángulo, se traza haciendo un arco con el compás y centro en cada extremo del segmento; el punto donde se cortan los arcos a ambos lados del segmento determinan el punto medio de ese segmento.



Vamos ahora a trazar un segmento que vaya desde cada vértice del triángulo al punto medio de su lado opuesto. Tendríamos, entonces, tres segmentos, tal como se muestra en la figura.



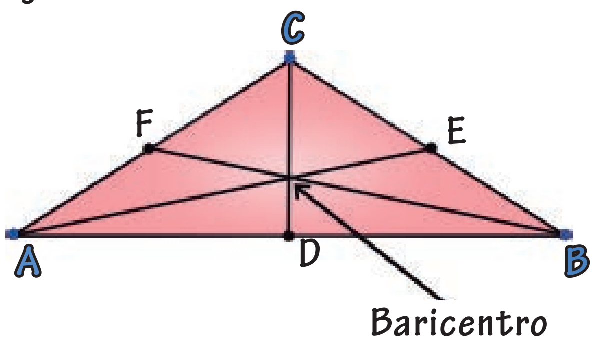
Cada uno de esos segmentos, $\overline{AE}$, $\overline{BF}$ y $\overline{CD}$ recibe el nombre de MEDIANA. Tenemos, entonces, que cada triángulo tiene tres medianas.

Una MEDIANA de un triángulo es un segmento que va desde un vértice del triángulo al punto medio del lado opuesto. Te proponemos ahora que, junto a otros compañeros y compañeras, midan la distancia que hay del punto de intersección de las tres medianas a cada uno de los vértices.

¿Cómo son esas distancias entre sí?

Efectivamente, deben haber verificado que las distancias desde el punto de intersección de las medianas a cada uno de los vértices del triángulo son iguales. Por tanto, ese es el punto donde las comuneras Daniela, Hilmar y Ximena deben proceder a perforar el pozo que surtirá de agua a sus sembradíos.

El punto donde concurren las tres medianas de un triángulo se llama BARICENTRO y determina el centro de gravedad del triángulo, es decir, que es el punto de equilibrio del mismo.



¡Algo para conocer!

Sabías que el centro de gravedad de una persona es su ombligo y este determina la altura de la baranda de los balcones, la cual debe estar por encima del centro de gravedad de una persona adulta (su ombligo), para evitar que esta se caiga al asomarse al balcón.

¡Algo para investigar!

Te proponemos ahora medir las distancias de cada una de las medianas y responder la siguiente pregunta:

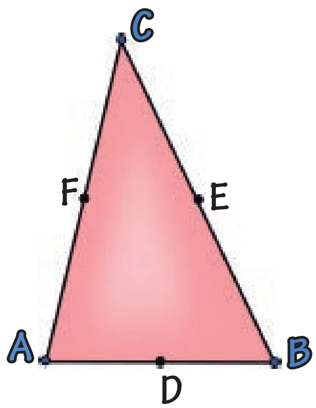
¿Qué relación existe entre la distancia desde el punto de intersección de las medianas a cada uno de los vértices y la longitud de la respectiva mediana?

Efectivamente, debes haber comprobado que el BARICENTRO dista de cada vértice del triángulo los dos tercios de la mediana correspondiente.

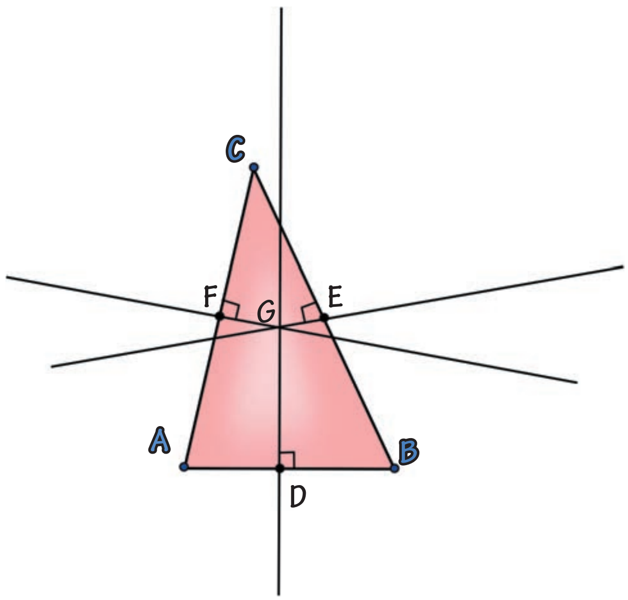
Buscando las Mediatrices

Priscila, Romina y Carmen Alicia pertenecen a la comuna Querecual, del estado Anzoátegui. Ellas quieren colocar una antena de radio para mejorar las comunicaciones de la comuna con el área urbana de Anzoátegui. Priscila y Romina viven a una distancia de 3 km y esta última vive al doble de distancia de su amiga Carmen Alicia, la cual vive a 5 km de Priscila, sin que las tres casas estén en la misma dirección. La antena cubre una zona circular y las casas de las amigas para poder tener un radio en funcionamiento deben estar sobre la circunferencia que cubre la acción de la antena. ¿Dónde debe colocarse la antena?

Supongamos que Priscila vive en la casa A, Romina en la casa B y Carmen Alicia vive en la casa C. Esas tres casas, representadas por los puntos A, B y C, conforman un triángulo. Vamos a dibujar ese triángulo y procedamos a marcar los puntos medios de cada uno de los lados del triángulo.



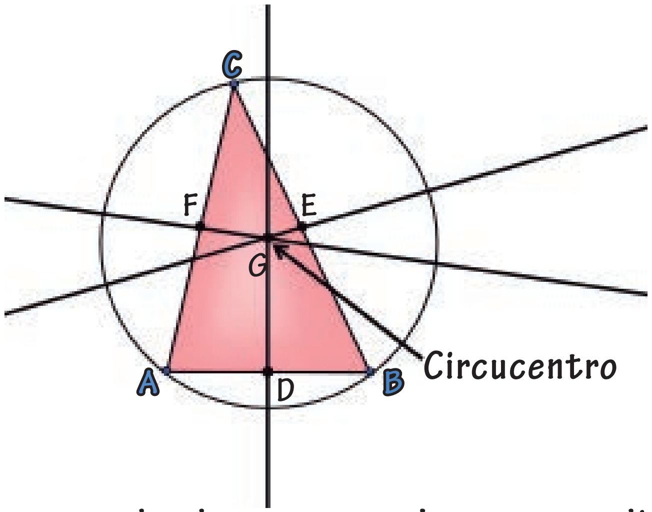
Vamos ahora a trazar las rectas perpendiculares que pasen por los puntos medios de cada uno de los lados del triángulo. Recuerda que cada recta perpendicular debe formar un ángulo de 90° en el punto medio del lado respectivo, como se muestra en la figura:



Cada uno de esas rectas recibe el nombre de MEDIATRIZ. Tenemos, entonces, que cada triángulo tiene tres mediatrices.

Una MEDIATRIZ de un lado de un triángulo es la recta perpendicular a ese lado que pasa por el punto medio de dicho lado.

El punto donde concurren las tres mediatrices de un triángulo se llama CIRCUNCENTRO. Si trazamos la circunferencia que tiene como centro a ese punto, veremos que dicha circunferencia toca los tres vértices del triángulo, es decir, el triángulo queda INSCRITO en esa circunferencia.

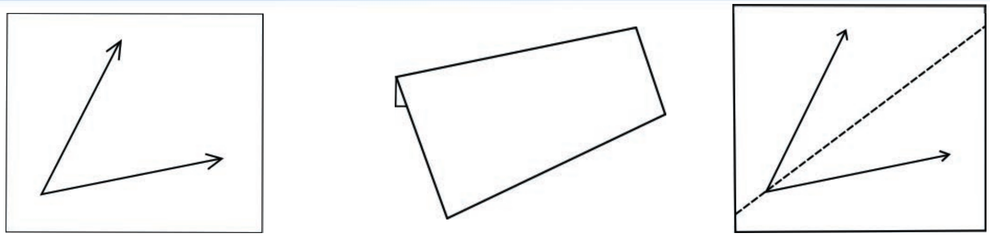


Por tanto, en el punto donde se cortan las tres mediatrices, es decir, el CIRCUNCENTRO del triángulo, es donde debe colocarse la antena para que las casas de las comuneras Romina, Priscila y Carmen Alicia cuenten con una cobertura adecuada de sus radios con la zona urbana del estado Anzoátegui.

Actividades

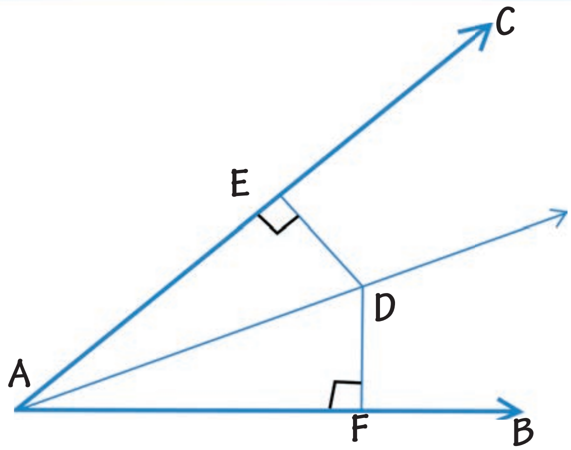
Conozcamos cómo podemos dividir un ángulo en dos ángulos que sean de igual medida. Dibujamos un ángulo en una hoja de papel blanca. Remarcamos sus lados y procedemos a doblar la hoja de papel, de tal manera que se hagan coincidir los lados del triángulo.

Actividades



Ese doblez que has realizado ha permitido dividir el ángulo en dos ángulos de igual medida. Hemos obtenido así la bisectriz del ángulo. Tenemos, entonces, que: BISECTRIZ de un ángulo es el rayo que tiene su origen en su vértice y divide al ángulo en dos ángulos congruentes.

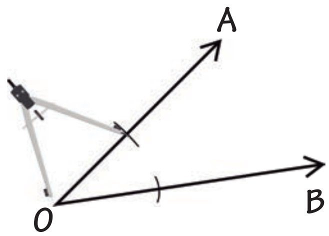
Vamos ahora a seleccionar un punto en la bisectriz del ángulo CAB. Llamémoslo D. Ahora traza, con una escuadra, el segmento DE perpendicular desde D al lado AC. De la misma manera, traza el segmento DF perpendicular desde D al lado AB. Mide con un compás, las distancias DE y DF. ¿Cómo son esas distancias? Discute con tus compañeros y compañeras los resultados obtenidos.



De acuerdo con tus observaciones, podemos plantear una afirmación, que llamaremos conjetura, hasta que podamos más adelante demostrarla de manera formal: Si un punto pertenece a la bisectriz de un ángulo, entonces está a igual distancia (equidista) de los lados del ángulo.

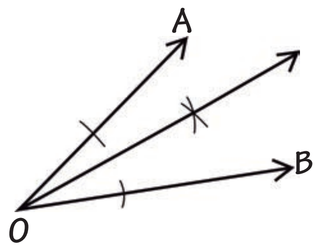
Ahora presentaremos, paso a paso, la manera de construir la bisectriz de un ángulo con regla y compás.

La bisectriz del ángulo AOB se traza haciendo centro con el compás en el vértice del ángulo (O) y marcando ambos lados del mismo, como muestra el dibujo.



Luego, con el compás se hace centro en las dos marcas realizadas y se trazan dos arcos que se corten en el interior del ángulo.

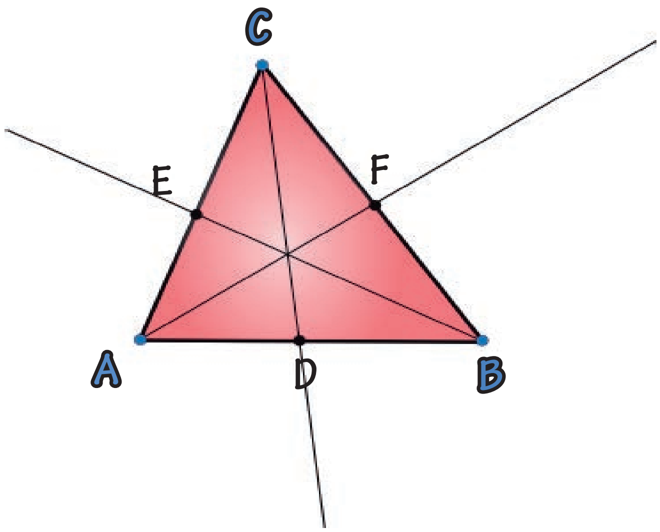
El rayo que se traza desde el vértice del ángulo hasta ese punto de corte es la bisectriz de ese ángulo AOB.



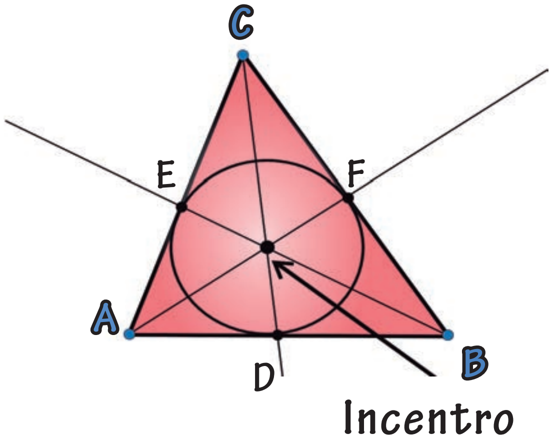
Buscando las bisectrices

Daniel, Javier y Leonardo, tres comuneros del estado Nueva Esparta, quieren construir sus casas sobre cada uno de los lados de un terreno de forma triangular. Además, quieren construir un centro de acopio que esté a igual distancia de cada una de las casas que se van a levantar. ¿Dónde deberían construir sus casas y dónde estaría el centro de acopio?

Para resolver este problema vamos a representar el terreno de forma triangular y procedemos a trazar las tres bisectrices del triángulo, que son las respectivas bisectrices de cada uno de los ángulos internos del triángulo. Apliquemos lo conocido y realizado en la actividad anterior: tracemos las bisectrices a cada uno de los ángulos.



El punto donde concurren las tres bisectrices de un triángulo se llama INCENTRO. Si trazamos la circunferencia que tiene como centro a ese punto, veremos que dicha circunferencia toca los tres lados del triángulo, es decir, la circunferencia queda INSCRITA en el triángulo.



Por tanto, el punto donde se cortan las tres bisectrices, es decir, el INCENTRO del triángulo, es donde debe construirse el centro de acopio, que estaría a igual distancia de los puntos D, E y F, donde deben construir sus casas los comuneros Daniel, Javier y Leonardo.

Actividades

1. Dibuja un triángulo equilátero. Traza, sobre ese triángulo, sus medianas, mediatrices, alturas y bisectrices. ¿Qué puedes concluir con respecto al trazado de esas líneas notables para un triángulo equilátero?
2. Dibuja un triángulo obtusángulo. Traza sus tres mediatrices. ¿Dónde queda ubicado el circuncentro? ¿En el interior ó en el exterior del triángulo? Compara con el trazado de tus compañeros y compañeras. ¿Qué conjetura puedes hacer?
3. Dibuja un triángulo rectángulo. Traza sus tres mediatrices. ¿Dónde queda ubicado el circuncentro? ¿En el interior, en el exterior ó sobre uno de los lados del triángulo? ¿Qué podemos conjeturar?

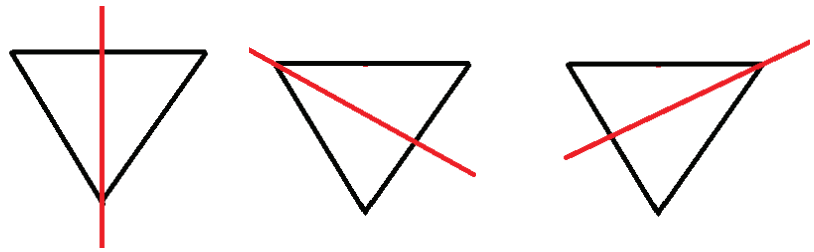
12 El mundo de la simetría

La SIMETRÍA es una correspondencia exacta en tamaño, forma y posición de las partes de un objeto. Este es un potente concepto geométrico que permite comprender propiedades de organismos, cuerpos, estructuras e, incluso, fenómenos de la naturaleza y el contexto. De hecho, posee aplicaciones en la agricultura, arquitectura, la botánica, la medicina, ciencias del deporte, física, química, matemática, artes, entre muchas otras. En lo que sigue estudiaremos algunos tipos de simetría.

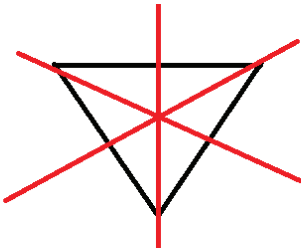
En las culturas originarias de nuestra América se honran la luz y la oscuridad, el día y la noche, el cielo y la madre Tierra, lo femenino y lo masculino. Además, la simetría es uno de los conceptos centrales para sus construcciones y formas de organización.

Ejes de simetría en figuras planas

Un eje de simetría es una recta que divide a la figura en dos partes idénticas. Por ejemplo:

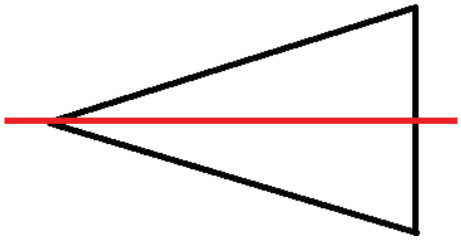


Las líneas que hemos destacado en color rojo son ejes de simetría del triángulo equilátero.



Un triángulo equilátero tiene 3 ejes de simetría

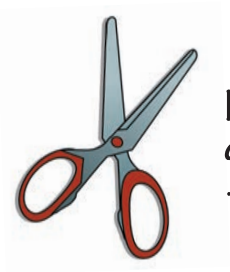
Pero un triángulo isósceles no equilátero tiene un único eje de simetría:



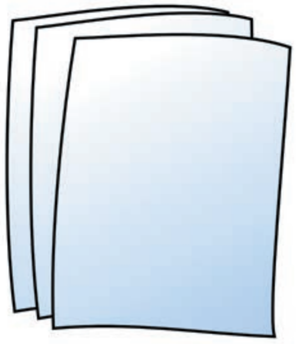
El triángulo isósceles (y, en consecuencia, el equilátero) son figuras simétricas.

- Dibuja en tu cuaderno algunas figuras que tengan 2 o más ejes de simetría.
- ¿Cuántos ejes de simetría tiene un cuadrado?
- ¿Cuántos ejes de simetría tiene un rectángulo que no sea un cuadrado?
- Dibuja una figura no simétrica.

Algunos tipos de simetría



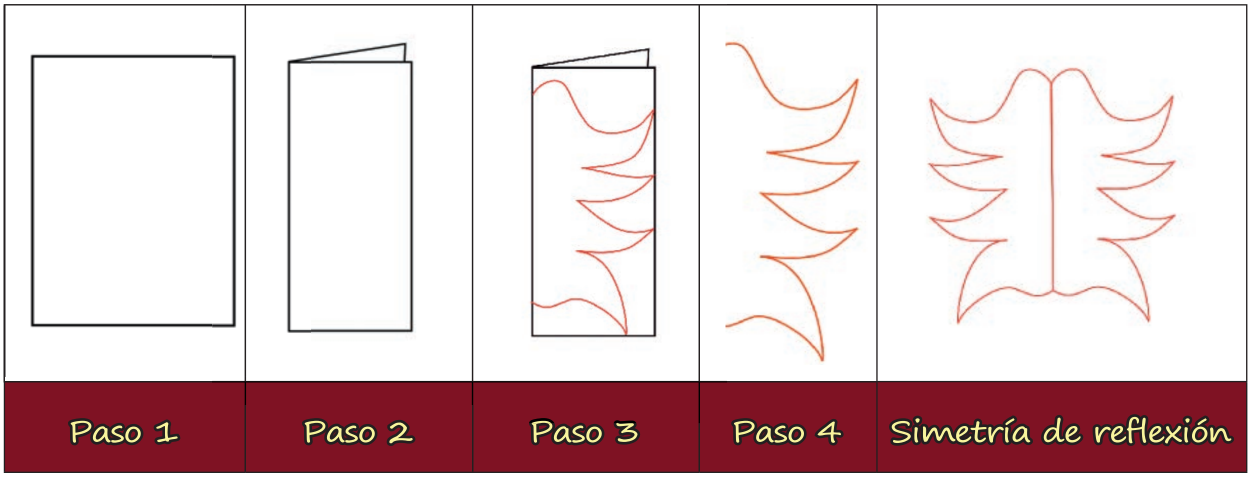
Para estas actividades debes organizarte en grupos pequeños y disponer de trozos de papel que hayan sido destinados a su reutilización (material de provecho) y tijera.



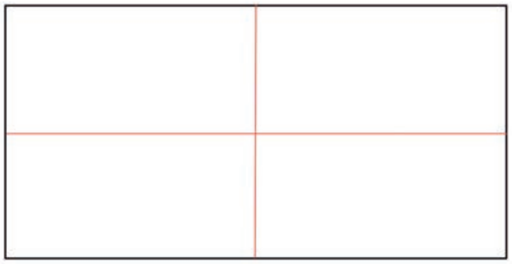
Simetría de reflexión

Dispón de una hoja de papel con forma rectangular. Dóblala a la mitad por alguno de sus ejes (observa la figura que sigue). Ahora piensa en una figura y dibuja la mitad de esta en una de las caras de la hoja que doblaste. Finalmente, debes recortar esta figura y destacar en ella el eje de simetría que consideraste. Este eje se llama eje de reflexión.

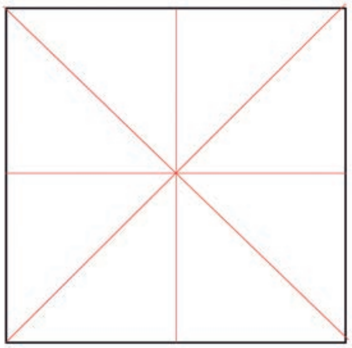
Es por esta razón que este primer tipo de simetría se llama simetría de reflexión.



Observa que dado un rectángulo que no sea un cuadrado (es decir, un rectángulo en el que sus lados adyacentes tienen medidas distintas), entonces este tiene sólo 2 ejes de simetría:

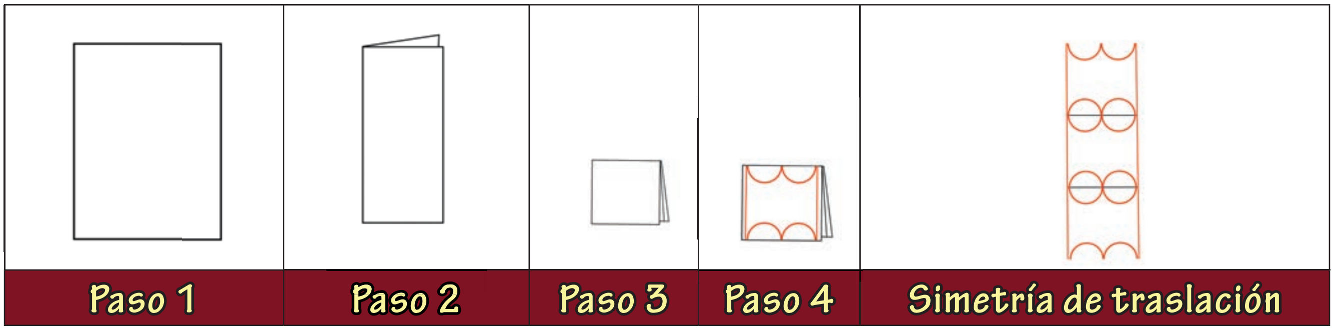


Pero si el rectángulo es un cuadrado (todos sus lados miden lo mismo), entonces tiene 4 ejes de simetría, pues las dos diagonales sirven también como ejes de simetría:



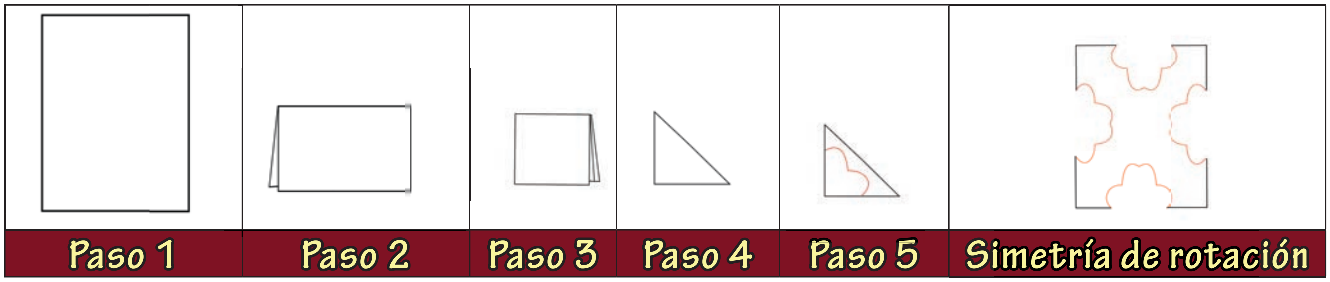
Simetría de traslación

Dispón de una pieza de papel rectangular. Dóblalo a la mitad y ahora vuelve a doblarlo a la mitad, considerando el mismo sentido que en el primer doblez. Ya estás listo para dibujar una figura que en algunos de sus puntos toque los dos bordes verticales. Finalmente, recorta tu figura. Obtendrás así un grupo de figuras iguales. Este tipo de simetría se llama simetría de traslación, pues tiene que ver con la idea de que al trasladar la primera figura, esta puede coincidir con cada una de las otras.



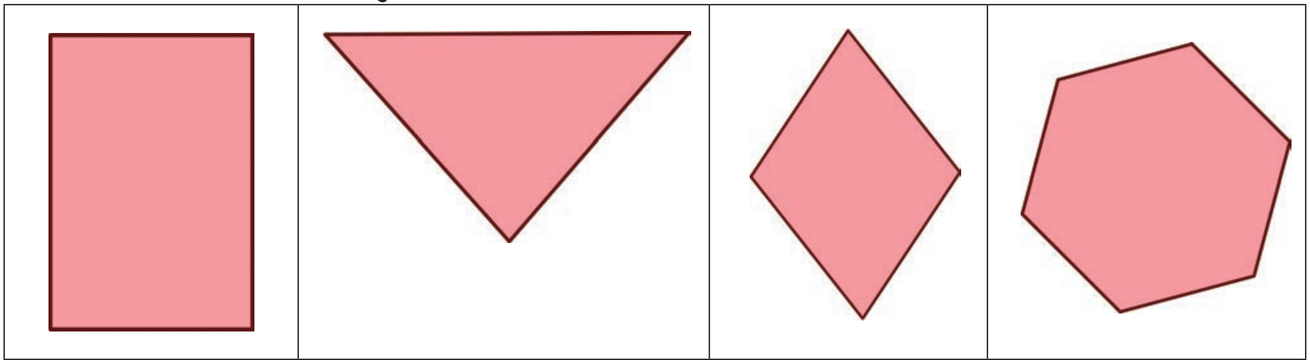
Simetría de rotación

Para ver este tercer tipo de simetría debes disponer de una pieza de papel cuadrada, digamos de 20 cm x 20 cm. Dóblalo considerando un eje de simetría vertical. Ahora haz un segundo doblez considerando un eje de simetría horizontal. Fíjate que la figura que obtienes en este paso es un cuadrado (justo, la cuarta parte del área que el primero). Dobla este cuadrado siguiendo como eje una de sus diagonales. En el triángulo que obtienes traza un dibujo que no toque los vértices. Recorta el dibujo. Esta simetría se llama simetría de rotación. Fíjate que si rotas esta figura por su punto de gravedad (donde se cortan las dos diagonales), obtienes la misma figura.



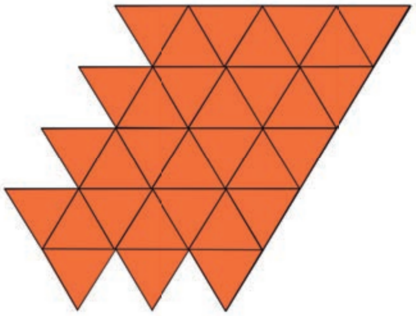
Actividades

1. Discute cuáles de las siguientes figuras geométricas son simétricas y destaca en ellas todos sus ejes de simetría. Recuerda realizar esto en tu cuaderno.

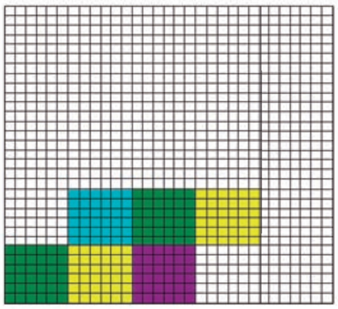


Rectángulo	Triángulo equilátero	Rombo	Hexágono regular

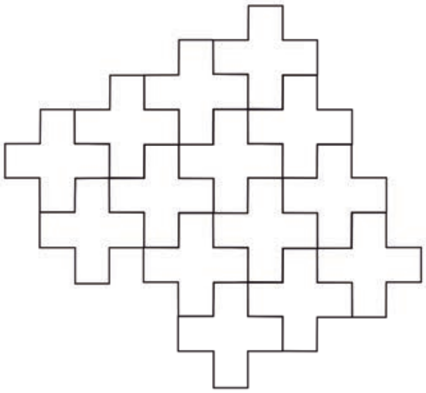
2. Observa la foto del segundo puente sobre el río Orinoco y de la portada de esta lección, describe los ejes o planos de simetría que posee.
3. Haz lo mismo con la estructura que tiene la estación del tren ubicada en Charallave Sur (del Sistema Ferroviario Ezequiel Zamora).
4. Una de las maneras de cubrir un plano con figuras simétricas, sin que estas figuras queden unas encima de otras (este proceso se llama teselar el plano), es con cuadrados, tal como se hacen comúnmente con las baldosas para los pisos. Otra manera es con triángulos equiláteros.



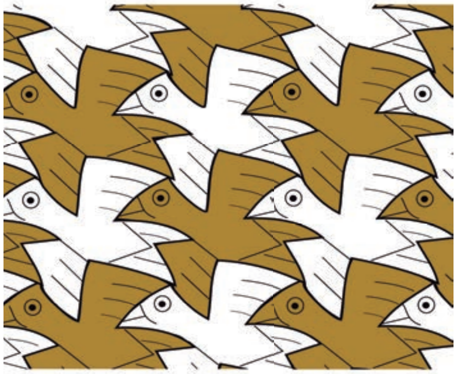
Teselación a base de triángulos



Teselación a base de cuadrados



A base de cruces



Diseño del artista Escher

Te pedimos que descubras otras maneras de teselar el plano.

La simetría en los números

Hay números que se leen de la misma manera de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Tal es el caso de 45.854 (cuarenta y cinco mil ochocientos cincuenta y cuatro). A estos números se les denomina "capicúa". Si esto pasa cuando el número es primo se dice que es un primo capicúa. Por ejemplo, 11, 131, 313, entre otros (estos números solo tienen dos divisores: el 1 y el mismo número), es decir, que son primos capicúa.

De seguida te mostramos un hecho curioso. Consideremos como punto de partida al número 11. Lo multiplicaremos por sí mismo varias veces y tomaremos nota de los resultados:

11
11 x 11 = 121
11 x 11 x 11 = 1.331
11 x 11 x 11 x 11 = 14.641

¡Y todos ellos se leen de la misma forma desde la izquierda y desde la derecha! ¿Se cumple esto si seguimos este proceso de multiplicación? Ten una calculadora a la mano y compruébalo.

¡Ahora piensa en otro número como punto de partida, de manera que obtengas algunos números de esta forma!

Ahora realiza las siguientes operaciones:

1 x 8 + 1 =
12 x 8 + 2 =
123 x 8 + 3 =
1.234 x 8 + 4 =
12.345 x 8 + 5 =
123.456 x 8 + 6 =
1.234.567 x 8 + 7 =
12.345.678 x 8 + 8 =
123.456.789 x 8 + 9 =

¿Qué conclusiones puedes obtener? Convérsalo con tus compañeros y compañeras.

La simetría en el triángulo de Yanghui

El triángulo de Yanghui es un conjunto infinito de números naturales ordenados en forma de triángulo. En el mundo occidental se le conoce como el triángulo de Pascal o Tartaglia. En países no occidentales como, China o India, este triángulo se conocía y fue estudiado por matemáticos cinco siglos antes de que Pascal expusiera sus aplicaciones. El poeta y astrónomo persa (iraní), Omar Khayyám, también lo estudió.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1

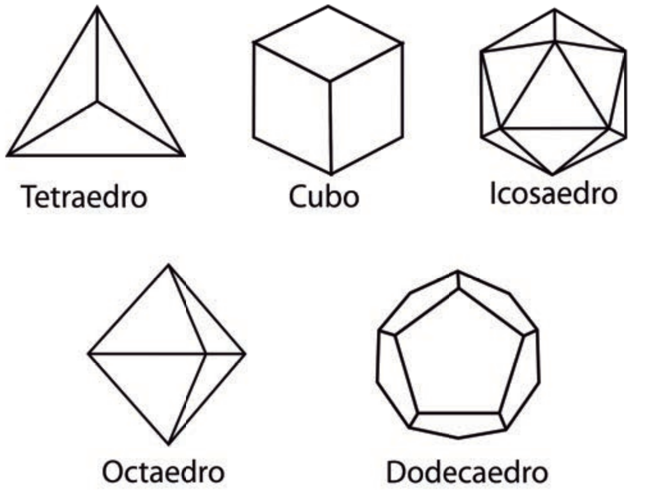
Descubre cómo se construye este triángulo de números y comenta con tus compañeros y compañeras. Completa la fila que sigue.

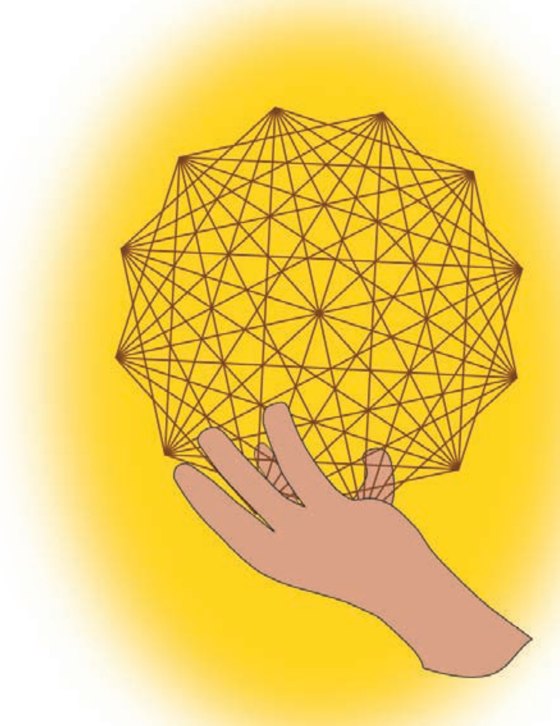
Proyectos de construcción (simetría en el espacio)

a) Poliedros de Platón (o poliedros regulares). A estos poliedros, que llevan el nombre del famoso filósofo griego Platón (427-347 a.C.), por haberlos estudiado a profundidad, se les atribuyen propiedades mágicas o mitológicas. De hecho, tal como vimos en la lección de cuerpos geométricos, se les asoció con los diversos elementos básicos (fuego, tierra, agua, aire) y con el universo. Organízate en pequeños grupos, provéete de palillos (de extremos no afilados) y pegamento (del tipo silicón frío) y construye algunos de estos poliedros regulares.

b) Estructuras. En este nuevo proyecto debes dibujar una estructura simétrica no plana, y finalmente constrúyela con ayuda de tus compañeros y tu docente.

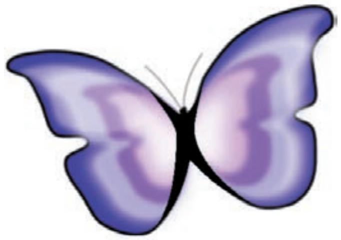
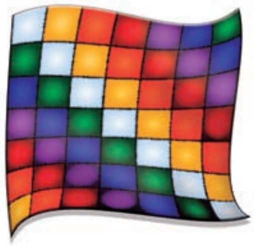
Además, organiza una exposición con estos trabajos (tanto del proyecto a como del proyecto b).





La simetría en otros contextos

En los gráficos que siguen se muestran algunos organismos y estructuras simétricos.

		
		
Virus de la hepatitis B	Mecha	Engranajes

¡Algo para investigar!

1) ¿Qué otros ejemplos puedes dar?
2) Investiga esto entre tus familiares, vecinos, amigos y amigas.
3) Redacta un ensayo sobre la simetría en las construcciones arquitectónicas y compártelo con tus compañeros y compañeras en clase. Aquí tu docente puede organizar una actividad en conjunto con los demás grados o secciones.

13 Todos tenemos derecho a estudiar

Rafael encontró en el libro de historia que el 20 de noviembre de 1959, hace más de cincuenta años, la Asamblea General de las Naciones Unidas, un organismo que reúne a varios países del mundo, aprobó y proclamó por unanimidad la Declaración de los Derechos del Niño.

En Venezuela en el año 1990, treinta años después, se decreta la Ley Aprobatoria de la Convención sobre los Derechos del Niño, y así la educación, entre otros aspectos, pasó de ser una necesidad a ser un derecho, que terminó consagrándose en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999) y en la Ley Orgánica de Educación (2009). Eso le llamó mucho la atención a Rafael y se hizo las siguientes preguntas:

¿Por qué en Venezuela tardaron 30 años para concebir a la educación como un derecho de todos los niños como yo, y de las niñas como mi amiga María y el de mi hermana, que es una adolescente?

¿Por qué si antes era una necesidad, hay tías mías que no estudiaron? ¿Acaso no tenían la necesidad o no pudieron satisfacerla?

¿Y ahora que es un derecho, todas y todos están estudiando o terminaron sus estudios?

Con estas preguntas en mente, Rafael vino a la escuela y se lo planteó a sus amigos y amigas y entre todos decidieron que era una buena idea recolectar los datos de las personas que viven en su casa y de algunos vecinos, para ver cómo serían los resultados. Ellos dijeron que era muy probable que no todos tuviesen los mismos niveles de estudio porque no todos tenían la misma edad y que los mayores debían tener más grados de estudio que los más pequeños.

Con la orientación del maestro Simón fueron y recolectaron los datos a través de una encuesta, anotaron las respuestas en su cuaderno e hicieron algunos grupos o colecciones.

¡Algo para conocer!

La encuesta es una técnica para recoger datos estadísticos en la que se usa la pregunta. La observación es otra técnica que se utiliza para recolectar datos. A pesar de que se llama observación, no solo vemos, también utilizamos los otros sentidos que tenemos, como el tacto, olfato, gusto o el oído, que nos permitan recolectar los datos que se necesiten.

Los resultados fueron los siguientes: hay algunas personas que actualmente están estudiando, unas que no terminaron sus estudios y otras que ya terminaron sus estudios. Reunieron los datos de todas y todos e hicieron este primer cuadro en el que aparecen sólo los datos de los que están estudiando actualmente en la comunidad en la que vive Rafael.

¡Algo para conocer!

Después que recolectamos los datos estadísticos es necesario organizarlos. En este caso debemos revisar que los datos estén completos y pertenezcan a la variable en estudio, los clasificamos en grupos o colecciones y contamos cuántas veces se repite cada colección. Esto permite prepararnos para la presentación de los datos; en este caso primero lo haremos a través de la forma tabular.

Cuadro 1. Nivel educativo de los que estudian actualmente en la comunidad ← Título del cuadro

Variable → Nivel educativo

Frecuencias → Personas, fr, fr %

Encabezado

Nivel educativo	Personas	fr	fr %
Inicial o Preescolar	34	0,15	15
Primaria	123	0,55	55
Bachillerato	41	0,18	18
Universidad	26	0,12	12
Total	224	1,00	100

Filas

Cuerpo del cuadro

Revisa el cuadro 1 y fíjate que aparecen cuatro columnas y seis filas. Además, tiene un título que va en la parte superior del cuadro.

En la 1ª columna colocamos la VARIABLE o característica en estudio, es decir, diversos niveles educativos que están estudiando actualmente las personas de esa comunidad. En la 1ª fila se colocan los encabezados; estos identifican qué aparece en cada columna. Cada nivel educativo va en una fila.

En la segunda columna se colocan las veces o FRECUENCIA SIMPLE (fr) con que aparecieron personas para cada nivel educativo. En la tercera columna, la frecuencia relativa de cada nivel educativo y, en la última columna, la frecuencia relativa porcentual de cada nivel.

En la última fila aparece la suma de todas las personas que actualmente estudian en esa comunidad. Ese es el TOTAL, que puede ser simple, relativo o relativo porcentual.

Para calcular la frecuencia relativa consideramos que las 224 personas que actualmente estudian en esa comunidad denominan a un grupo (por eso su total es igual a 1,00) y comparamos a qué porción corresponde cada cantidad de personas por nivel educativo utilizando este cociente:

$$fr = \frac{cada\ frecuencia}{total\ de\ datos}$$

De esta manera, la frecuencia relativa de los niños y niñas que estudian educación inicial se calcula así:

$$fr = \frac{\text{Cantidad de niños y niñas que estudian educación inicial}}{\text{Total de personas que estudian actualmente en la comunidad}} = \frac{34}{224} = 0{,}15$$

Que por fracciones equivalentes indica que un poco menos de una sexta parte ($\frac{1}{6}$) de las personas de esa comunidad estudian Educación Inicial, es decir, una porción muy pequeña de ese grupo.

Cuando queremos expresar nuestros resultados en términos de porcentajes (por cada 100 personas o elementos), consideramos que nuestro total simple, en nuestro ejemplo, el total de 224 personas que estudian actualmente, equivale a 100, por eso el total de esa columna en el cuadro 1 da ese resultado. Para calcular la frecuencia relativa porcentual utilizaremos esta fórmula, en la que se comparan las frecuencias simples con su total y al multiplicar por cien, las expresamos en esas unidades:

$$fr\% \frac{cada\ frecuencia\ simple}{total\ de\ datos} x100$$

Si queremos saber qué porcentaje de personas estudian actualmente primaria en esa comunidad, la obtendríamos así:

$$fr\% = \frac{\text{cantidad de niños y niñas que estudian educación inicial}}{\text{total de personas que estudian actualmente en la comunidad}} \chi\, 100$$

$$fr\% = \frac{123}{224} \chi\ 100 = 0{,}55\ \chi\ 100 = 55$$

Es decir, que 55% de las personas de esa comunidad actualmente está estudiando primaria, un poco más de la mitad del total de personas que ahí estudian.

Vamos a ver si entendiste lo que hasta ahora se ha explicado. En tu cuaderno calcula las frecuencias relativas que faltan y compara con las que aparecen en el cuadro 1; es posible que algunos valores decimales estén aproximados. Haz también los cálculos de las frecuencias relativas porcentuales, compáralos con la de tus compañeros y compañeras y con los resultados del cuadro 1. Si tienes alguna duda, pídele a tu maestra(o) que te la aclare.

¡Algo para conversar!

Date cuenta de que no todos los niveles educativos tienen la misma cantidad de personas o frecuencias simples. Algunos tienen mayor cantidad de personas que estudian, como el caso de Primaria, y otros tienen menor cantidad de personas, como la Universidad. ¿A qué crees que se deba esta diferencia?

¡Algo para pensar!

¿Qué pasará con las personas de esa comunidad que no terminaron sus estudios y otros que ya terminaron? ¿Serán los mismos niveles educativos y las mismas cantidades que los que estudian actualmente y que aparecieron en el cuadro 1?

Para responder estas preguntas construye con los datos que te suministramos a continuación dos cuadros estadísticos como el cuadro 1 de esta lección. En el cuadro 2 vas a colocar los datos de quienes no pudieron terminar sus estudios y en el cuadro 3 vas a presentar los datos de quienes ya culminaron.

Los datos de las personas que no terminaron sus estudios son: 10 que no terminaron la primaria cuando la estudiaron, 22 no terminaron el bachillerato, y 6 no pudieron terminar sus estudios en la universidad.

Quienes ya terminaron sus estudios son 20 niñas y 25 niños de educación inicial, 55 niños y niñas que aprobaron desde 1º hasta 6º grado, 50 son bachilleres, 20 ya se graduaron en la universidad en pregrado y 7 en posgrado.

Cuando termines, compara los resultados de los tres cuadros. Cuida que los dos cuadros que hagas estén completos. En clases de Matemática, compara tu trabajo con el de tus compañeros y compañeras para enriquecer lo que hiciste y si el maestro o la maestra te hace alguna observación al respecto, tómala en cuenta.

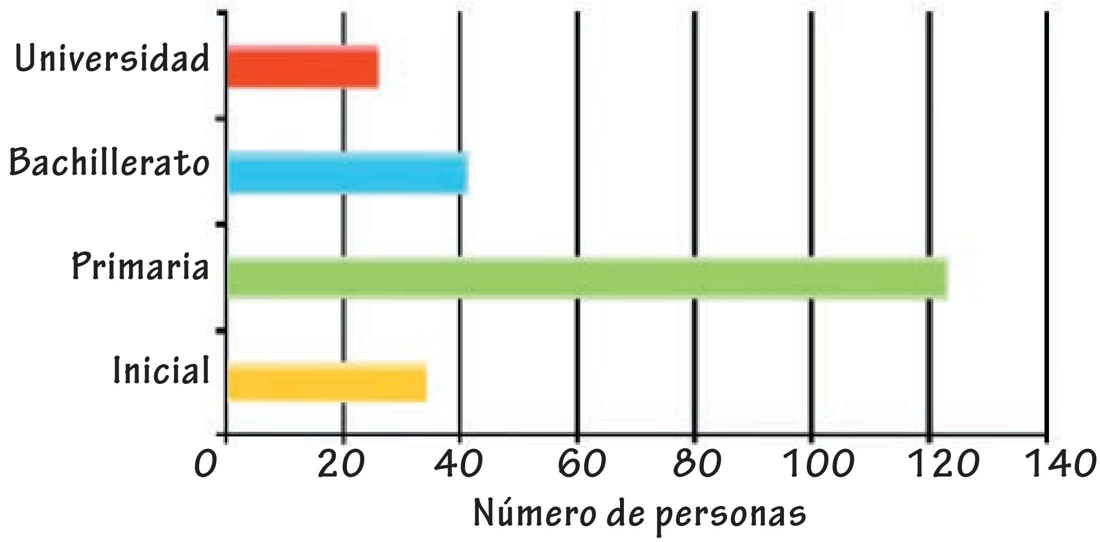
¡Algo para conversar!

¿Piensas que todos han satisfecho su derecho de estudiar? Coméntale a alguna persona adulta a ver qué piensa sobre esto. En clases de Matemática plantea y discute con tus compañeras y compañeros los comentarios sobre este tema.

¡Algo para conocer!

Los datos con los que se construyeron los tres cuadros se conocen como datos estadísticos, ya que reflejan el comportamiento de una variable en un grupo de elementos. En nuestro ejemplo, muestran el nivel educativo del grupo de personas de la comunidad en la que vive Rafael. Otra manera de presentar estos datos es a través de un gráfico estadístico. Mira esta figura que te muestro a continuación: se llama gráfico de barras horizontales y presenta los mismos datos del cuadro 1 de esta lección.

Gráfico 1. Nivel educativo de las personas que estudian actualmente en la comunidad de Rafael



¿No te parece que es otra forma más agradable de presentar los datos estadísticos? El gráfico 1 tiene los datos que están en el cuadro 1 y, además, formas y colores. Por ejemplo, la barra más larga es la de los que estudian actualmente Primaria y llega, aproximadamente, hasta 123 personas; la de los niños y niñas de inicial (la amarilla) no llega a 40, pero es más de la mitad entre 20 y 40 personas. ¿A qué frecuencia o número de personas representa? La barra azul pasa a las 40 personas y la roja no llega a las 30 personas. Si tienes duda, ve al cuadro 1 y verás cuál es la frecuencia de cada nivel educativo.

¡Algo para conocer!

Un gráfico de barras también se conoce como diagrama de barras. Se le dice así porque para cada categoría o colección le corresponde una barra o rectángulo. Estas barras pueden ser horizontales o verticales y serán tan largas o altas como sea la frecuencia o número de veces que se repite cada colección.

Para saber hasta dónde llega la barra, debes usar una recta numérica, que te permitirá ubicar los números respetando su orden y guardando las distancias que correspondan.

Por lo general, los gráficos de barras se construyen a partir de cuadros de datos estadísticos. Cuando tenemos que comparar los datos de diversos grupos en el que el total no es el mismo, se recomienda construir los gráficos de barras con las frecuencias relativas o frecuencias relativas porcentuales, más que con las frecuencias simples, para que la comparación sea en la misma base (1,00 o 100).

Actividades

Intenta construir en tu cuaderno un gráfico de barras para los datos de los miembros de la comunidad que no pudieron terminar sus estudios (cuadro 2 que debías hacer de "Algo para pensar"). Guíate por el gráfico que aquí se presenta y anota en tu cuaderno todas las dificultades que tuviste para hacerlo. Pregúntale a tus compañeros cómo lo hicieron y luego a tu maestra o maestro dile las dudas que no has resuelto.

¡Algo para conversar!

¿Los datos estadísticos son más precisos en el cuadro o en el gráfico?

¿Cuál de las dos formas de presentar los datos es más fácil de construir, el cuadro o el gráfico? ¿Cuál es más fácil de entender? Y a ti, ¿cuál te gusta más?

¡Algo para investigar!

Prepara en tu salón una búsqueda de datos como los que se presentaron en esta lección pero en la comunidad a la que todos ustedes pertenecen. Comienza por las personas con las que vives y con tus vecinas y vecinos. Puedes hacerlo por viviendas. Recuerda registrar en tu cuaderno las respuestas que te den por cada vivienda, incluyendo la tuya, organizar los datos por niveles educativos y contar cuántas personas respondieron para cada categoría. Calcula las frecuencias relativas y las porcentuales y presenta los datos obtenidos en forma tabular o por gráficos. Llévalos a tu salón para compartir los resultados con tu docente y tus compañeros y compañeras del curso.

Cuando vayas a analizar los datos que obtuviste, debes estar muy atento al rasgo que más aparezca o el más frecuente; también importa qué rasgo fue el que menos apareció, ya que indican el comportamiento de la variable en ese grupo de elementos que se examinan.

¡Algo para conocer!

En estadística, cuando algún rasgo o valor es el que más se repite o es el más frecuente, se le llama modo o moda. Por ejemplo, en el gráfico 1, el modo es el nivel de Primaria, porque es el nivel educativo más observado o más frecuente e indica que en esa comunidad hay más personas comenzando a estudiar, ya que es uno de los primeros niveles educativos en el país.

Lee los gráficos de barra A y B, analiza qué están presentando en cada caso y elabora el cuadro de datos estadísticos que sirvió para construir cada gráfico. ¿Cuál es el modo en el caso A y cuál es el modo en el caso B? ¿Qué más puedes analizar en cada caso?

Gráfico A: Actividad que más agrada a los alumnos de 6º grado

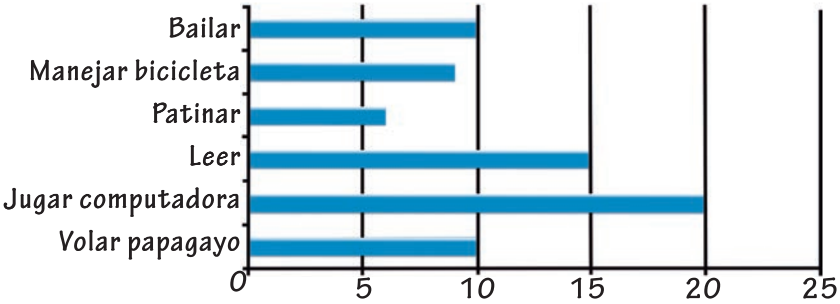
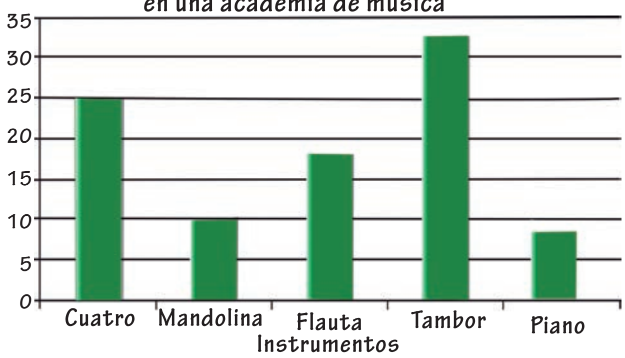


Gráfico B: Instrumentos musicales que tocan los maestros en una academia de música



14 ¡Por pura suerte!

A los seres humanos les gusta distraerse probando su suerte. En Venezuela hay juegos que se han hecho tradicionales, en los que la posibilidad de ganar no es totalmente segura; de hecho, no se sabe si vamos a ganar o perder. A estos juegos los llamamos juegos de azar. La matemática es tan interesante que nos permite conocer por cálculos cuánta posibilidad tenemos de ganar en los juegos de azar, y así saber si jugamos para distraernos y compartir, o como hacen algunos adultos, para apostar objetos o dinero. De esto último se aprovechan ciertas personas o empresas para establecer juegos organizados, en algunos casos ilegales, donde las posibilidades de ganar son sumamente pequeñas.

¡Algo para conocer!

A través de cálculos matemáticos se llegó a determinar que las cosas que ocurren por casualidad o por suerte tienen ciertas regularidades; también, con esos cálculos, se puede predecir el número de veces que puede ocurrir un hecho que consideramos casual. Esto permitió el desarrollo de una teoría conocida como la "teoría de la probabilidad".

Hay juegos en los que se usan los dados, como el ludo, otros en las monedas como cuando decidimos qué equipo va a empezar a lanzar en un juego de beisbol; en pelotitas numeradas como en el bingo; o al escoger entre fichas con figuras, como en la lotería de animalitos y cosas que se juega mucho en el Oriente de nuestro país.

En cada una de las actividades mencionadas nos encontramos con más de un resultado posible; por ejemplo, en el caso del dado, si se lanza una sola vez puede que aparezca el número 1, el 2, 3, 4, 5 o el 6, a menos que alguno de las caras tenga algún peso adicional y, por lo tanto, el dado siempre caerá de esa cara y mostrará el lado contrario, en ese caso, el dado no ofrecerá posibilidad de que salgan todas las caras que posee y, en consecuencia, se habla de un dado viciado o cargado; caso contrario se dice que el dado es legal o sin vicio.

Cuando se lanza un dado legal o sin vicio realizamos un experimento aleatorio.

¡Algo para conversar!

Si has lanzado un dado, ¿te acuerdas de los resultados que te han salido? ¿Siempre fue el mismo resultado? ¿No te pasó que cuando querías que saliese el número cinco salía otro valor?

A veces salía el número que tu querías y te decían ¡tu si tienes suerte! Pues bien, en estos casos lo que está interviniendo es el azar, que cambia total o parcialmente los resultados y que no nos permite decir con anterioridad y total seguridad lo que va a ocurrir.

Si tomamos en cuenta todos los resultados posibles del lanzamiento del dado, podemos conformar un conjunto conocido como el ESPACIO MUESTRAL y al que llamaremos simplemente con la letra "E"; este conjunto puede expresarse así:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Observa que se coloca la letra E para nombrar al conjunto de resultados del experimento aleatorio "lanzar un dado y observar el número que se expone hacia arriba", luego, entre llaves. Se escribieron todos y cada uno de los resultados posibles, es decir, los números del 1 al 6.

¡Algo para conocer!

Las actividades al azar o EXPERIMENTOS ALEATORIOS son aquellas que al realizarlas pueden producir más de un resultado y en la que no tenemos total seguridad de cuál de esos resultados va a ocurrir. Al conjunto de todos los resultados posibles del experimento aleatorio lo llamaremos ESPACIO MUESTRAL y a cada resultado que forma este espacio se le llamará punto muestral.

En el caso del lanzamiento al aire de una moneda "legal" como un bolívar, realizamos una actividad aleatoria. De ese experimento sabemos que la moneda va a caer y que al hacerlo lo más frecuente es que salga la cara de Simón Bolívar o el sello de la República; incluso, algunos dicen que la moneda puede caer parada o de canto, cosa que es mucho menos frecuente que ocurra. Ante este experimento aleatorio, ¿cuál será el espacio muestral? Escribe en tu cuaderno este experimento aleatorio, su espacio muestral, un ejemplo de punto muestral en este experimento y responde por qué el lanzamiento al aire de una moneda es una actividad al azar.

¡Algo para investigar!

Cuando se lanza una moneda legal al azar, ¿qué crees sea más frecuente que salga: la cara o el sello? ¿Por qué? Y al lanzar el dado legal al azar varias veces, ¿qué será más frecuente que salga: el 2 o el 5? ¿Por qué?

Después de anotar en tu cuaderno las respuestas a las preguntas que te hemos hecho, ahora realiza lo siguiente: lanza una misma moneda al aire diez veces; si tienes un dado, lánzalo seis veces. Anota tus resultados en tu cuaderno, distinguiendo los resultados obtenidos con la moneda y con el dado. ¿Qué observas en estos resultados de lanzar la moneda y el dado? ¿Qué fue lo más frecuente al lanzar la moneda? Y al lanzar el dado, ¿aparecieron todos los puntos muestrales? ¿Coinciden los resultados con tus respuestas iniciales?

¡Algo para conocer!

Cuando realizamos un experimento aleatorio varias veces, podemos darnos cuenta de la frecuencia con la que aparecen los resultados posibles. Nosotros lo hacemos pocas veces, pero hubo matemáticos como Karl Pearson, quien por el año 1900 se dedicó a estudiar estos fenómenos aleatorios y lanzó 24.000 veces una moneda para determinar la frecuencia del resultado cara contra el resultado contrario, y encontró que le aparecieron 12.012 caras, es decir, una frecuencia relativa de 0,5005.

¡Algo para conversar!

¿Qué inspirará a las personas que estudian matemática a realizar varias veces los experimentos, razonamientos o cálculos hasta llegar a alguna conclusión?

Al principio de esta lección se mencionó en "Algo para conocer", que con cálculos matemáticos se puede predecir el número de veces que puede ocurrir un hecho. Veamos cómo se hace.

Siguiendo el ejemplo del dado que se lanzó al azar, calculemos cuántas veces puede aparecer el número 5. Para ello vamos a utilizar una fórmula que sirve para calcular la probabilidad llamada clásica o "a priori", en especial cuando todos los puntos muestrales tienen la misma posibilidad de ocurrir.

$$p(x=5)=\frac{Cantidad\ de\ resultados\ igual\ a\ cinco}{Total\ de\ resultados\ posibles}=$$

Como en el espacio muestral aparece el 5 una sola vez, este es el valor que colocaremos en el numerador de esta fracción. En el denominador colocaremos el número total de resultados posibles o total de puntos muestrales para este experimento:

$$p(x=5)=\frac{1}{6}$$

Que se lee: por cada seis números posibles que tiene el dado, sólo uno es posible que sea el cinco; en términos decimales es igual a 0,166, que indica que es poco probable que salga el número cinco al lanzar un dado legal al azar.

Si se trata de saber cuántas veces puede aparecer el número 2, deberíamos calcular su probabilidad así:

$$p(x=2)=\frac{Cantidad\ de\ resultados\ igual\ a\ dos}{Total\ de\ resultados\ posibles}=p(x=2)=\frac{1}{6}$$

¡Algo para pensar!

Si alguna de tus compañeras dice que al lanzar un dado el número 3 debe salir más veces que el número 5, ¿tú que le responderías? ¿Qué pasaría con la probabilidad? ¿Sería distinta?

Y el resto de los resultados, ¿qué probabilidad tendrán de aparecer al lanzar al azar una vez un dado?

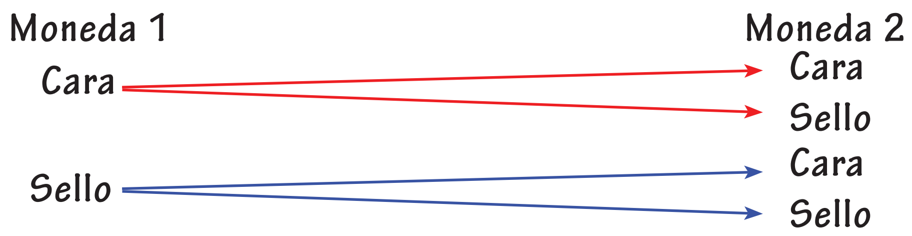
Si llega a aparecer el número 1, que fue el que tu dijiste que iba a salir, ¿será que tu tienes mucha suerte?

Cuando se lanza una moneda una sola vez y se descarta que la moneda caiga parada o de canto, el espacio muestral E = $\{cara, sello\}$, aquí hay dos puntos muestrales posibles: la frecuencia con la que sale cara es 1 y la de sello es también 1. La probabilidad de que salga sello es:

$$p(x = sello) = \frac{Cantidad\ de\ resultados\ igual\ a\ sello}{Total\ de\ resultados\ posibles} = \frac{1}{2}$$

Lo que quiere decir que es probable que la mitad de las veces que lances una moneda, caiga sello.

Ahora, si se lanzan simultáneamente dos monedas legales al azar, el experimento aleatorio ha cambiado porque ya no es una moneda, sino dos que se lanzan a la vez. Utilizando el diagrama de árbol podemos visualizar mejor los resultados posibles de este experimento.



Su espacio muestral ahora es: $E = \{(cara, cara); (cara, sello) : (sello, cara); (sello, sello)\}$

Es decir, hay cuatro resultados posibles, cada uno con dos monedas que son las que participan en el experimento aleatorio. En este caso la probabilidad de que las dos monedas sean sello, sería:

$$P(x = 2\,sellos) = \frac{Cantidad\ de\ resultados\ igual\ a\ dos\ sellos}{Total\ de\ resultados\ posibles} = \frac{1}{4}$$

¿Cuál será la probabilidad de que las dos monedas salgan caras? ¿Cuál será la probabilidad de que sólo una de las monedas sea cara? De acuerdo con estos resultados, ¿qué es lo más probable?

¡Algo para conocer!

Cuando se hace el estudio de la probabilidad, se puede enfocar desde un punto de vista a priori o clásico, o desde un punto de vista a posteriori o por frecuencias relativas. Es por eso que en esta lección a la hora del cálculo de la probabilidad que decimos que "la probabilidad de que ocurra un resultado" o la frecuencia con la que ha aparecido un resultado. Cuando estés en primer año te explicaremos con más detalle estos dos enfoques de la probabilidad.

¿Ganar o perder?

En el Consejo Comunal "Luchemos Unidos", el vocero de educación pide ayuda al curso de sexto grado para aclarar si es más probable perder o ganar en las loterías. Muchos de los vecinos y vecinas gastan buena parte de sus ingresos monetarios familiares en la compra de boletos en las distintas loterías del país.

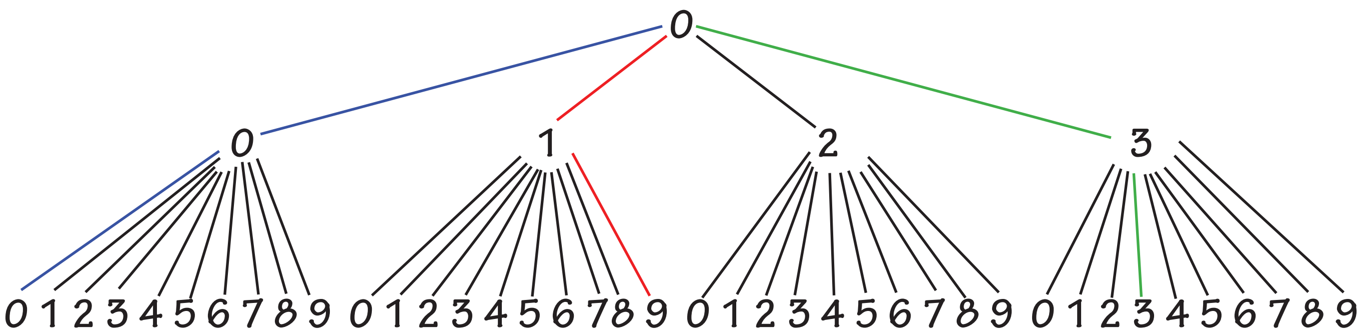
El Consejo Comunal, en asamblea, se ha dado cuenta de que esto no es de mucho provecho para los miembros de la comunidad, ya que arriesgan el ingreso logrado, con el trabajo que realizan, en apostarlo "a la suerte", incluso se agrava el problema cuando algunas personas de la comunidad prefieren dedicarse a este tipo de juego y no a labrar un futuro con un trabajo sólido y estable.

Aún mas, hay quienes, lamentablemente, se hacen adictos a los juegos. Ello es conocido como ludopatía.

Un vecino juega en las loterías que tienen tres sorteos al día tipo A y B, dice que le gusta jugar a los "terminales" porque tiene más chance de ganar; el terminal significa acertar los dos últimos números que salen en el número ganador, por ejemplo, si sale ganador el número 186, el terminal es el 86. A este vecino le gusta jugar el número 13 y el 25 porque dice que siempre salen. Vamos a ayudar al Consejo Comunal "Luchemos Unidos" a obtener elementos que les permitan a sus vecinos entender si hay más posibilidades de ganar o de perder en estos juegos de loterías y a disminuir el riesgo que confíen más en el azar que en la formación y el trabajo constante.

Lo primero es aclarar cuál es el experimento aleatorio que está presente y establecer el espacio muestral. Aquí el experimento aleatorio sería jugar un número terminal del posible número de tres cifras que resulte ganador de las cuatro loterías que hay en el país, que hacen tres sorteos diarios tipos A y B. Como verás, es muy complejo este experimento aleatorio. Vamos a ayudarnos con un diagrama de árbol para darnos cuenta de qué tamaño será el espacio muestral en este caso y, de ser posible, calcular la probabilidad que el vecino tiene de acertar su terminal.

Comencemos con una de las cuatro loterías, el primer sorteo del día tipo A: En ese sorteo aparecerá un número ganador con tres cifras, cada cifra puede estar formada por los números del 0 al 9 y en cada cifra se puede repetir un número que ya salió, así que es válido que salga el 019, como el 033 o el 000, por ejemplo.



Cuenta cuántos puntos muestrales llevamos hasta el momento y apenas vamos por el número cero en la primera cifra y sólo los números del cero al tres en la segunda cifra. ¡Imagínate cuántos puntos muestrales faltan si en la primera cifra no se han hecho los números del 1 al 9, que también pueden salir y en la segunda cifran faltan los números del 4 al 9, que también pueden salir ganadores! ¡Y falta el sorteo B y las otras tres loterías que él también juega!

Vamos a ayudarte. Si observas este diagrama de árbol, la línea azul forma la cifra 000; en este caso el primer número que apareció es el cero, el segundo es el cero y el tercero también fue un cero, pero si el tercer número hubiese sido el 1, la cifra sería ahora el 001 y si el tercer número que sale en el sorteo es el 2, la cifra ganadora sería el 002 y el terminal (que se forma con solo los dos últimos números) sería el 02.

¡Mira qué divertida y útil puede ser la matemática! En este caso, los puntos muestrales que pueden formarse serían:

Un cero, con un cero, con cualquier número del cero al nueve (cuéntalos, son diez), es decir:

0   0   0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

1 x 1 x 10 = 10

Son los primeros diez puntos muestrales, o sea el 000, 001, 002, 003, 004, 005, 006, 007, 008 y el 009. Después vienen los resultados posibles de aparecer un cero, con el uno, con cualquiera de los diez números posibles que van del cero al nueve, como el ejemplo que te di antes, el 019 (con línea roja). Aquí también multiplicaríamos 1 x 1 x 10 = 10; estos son los segundos diez puntos muestrales (010, 011, 012, 013, 014, 015, 016, 017, 018, 019). Luego los puntos muestrales que empiezan por 02, que también serán diez, y los sucesivos números que empiecen por cero y continúen con los 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Por eso es que hasta lo que aparece en el diagrama de árbol son 40 puntos muestrales.

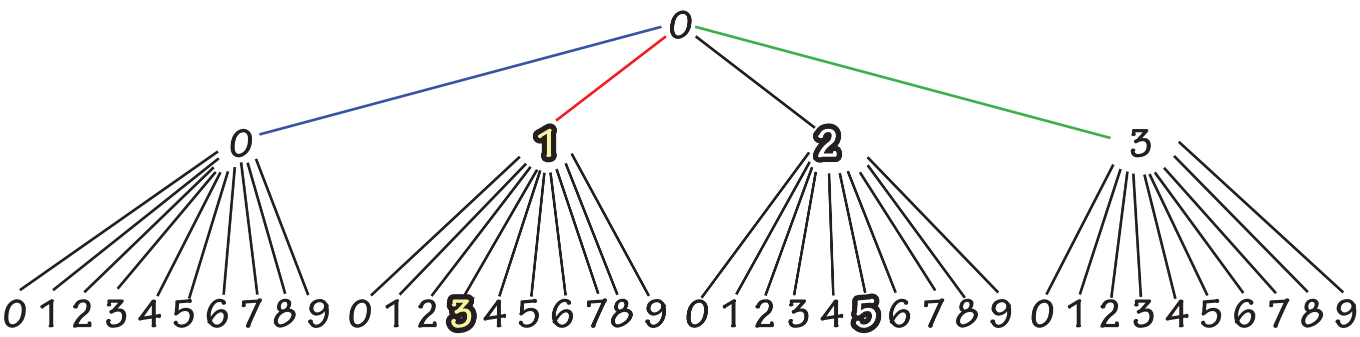
El total de esta serie debería ser, entonces, 100 puntos muestrales o lo que es igual a

00,01,02,03,04,05,06,07,08,09   0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

10 puntos muestrales de cada serie de dos cifras x 10 posibles valores en la tercera cifra = 100

Pudieras ayudarte con este ejemplo, calculando la serie del 1 como primera cifra, o sea, el 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 y 19, combinado con cualquiera de los diez posibles valores de la tercera cifra. El resultado también es 100 puntos muestrales. ¿Aparece aquí el terminal 13?

Una manera de detectar si los terminales 13 o 25 están presentes puede ser así:



¡Algo para investigar!

Puedes continuar haciendo el diagrama de árbol en tu cuaderno para conformar el espacio muestral de este experimento. Al final deberás contar todos los resultados posibles que quedan en la última fila, en donde se han colocado los números del 0 al 9. Hasta el momento, en el diagrama de árbol van cuarenta resultados posibles.

¡Algo para investigar!

¿Habrá otra forma de contar o calcular el total de resultados posibles? Prueba a ver si utilizando la operación de multiplicación que te expliqué puedes llegar al total de resultados posibles. Algunos dicen que son 1.000 resultados posibles. ¿Te parecen muchos puntos muestrales? Compáralo con tu cuenta y escribe alguna conclusión. Recuerda, estos solo son resultados de una lotería juego A.

Cuando tengas todos los resultados posibles de este experimento, cuenta cuántas veces aparece el terminal 13 y el terminal 25. Anótalos en tu cuaderno.

¿Qué ocurrirá cuando se trate del espacio muestral para el juego B de esa lotería?

Ya estamos llegando al final de esta lección, pero es importante aplicar los conocimientos matemáticos aprendidos para resolver las dudas del Consejo Comunal "Luchemos Unidos".

¿Cuál será la probabilidad del vecino que jugó el número 13 como terminal en esta lotería, de ganar en el juego A? Con tus datos sustituye esta fórmula y calcula el resultado definitivo:

$$P(x=13)=\frac{Cantidad\ de\ resultados\ con\ terminal\ 13}{Total\ de\ resultados\ posibles\ del\ experimento}=$$

¿Te parece que esta persona tiene muchas posibilidades de ganar de esta manera en la lotería? Será más probable que gane o que pierda?

¿Y cuál será la probabilidad de que gane con el terminal 25 en el juego A de esta lotería? Aplica esta fórmula:

$$P(x=25)=\frac{Cantidad\ de\ resultados\ con\ terminal\ 25}{Total\ de\ resultados\ posibles\ del\ experimento}=$$

¿Es más probable que gane con el número 13 o con el número 25? Si ambas fórmulas te dan el mismo resultado de probabilidad, el que salga el 13 o el 25 como terminal en la lotería, se llamarán eventos equiprobables o con igual probabilidad de que ocurran.

¡Algo para pensar!

Algunas personas juegan para distraerse y compartir con sus amistades; otras, como el ejemplo del vecino del consejo comunal, intenta aumentar su ingreso familiar mensual, comprando números en la lotería, creyendo en la suerte. Si conociese tanto de matemática como tú, sabría que al calcular la probabilidad de que salga el número que a él le gusta en uno de los sorteos, ésta sería muy baja, dado que el numerador será muy pequeño comparado con el denominador, que está formado por todos los resultados posibles de ese experimento.

¿Te parece provechoso que una persona gaste su dinero en un juego en el que es más probable que pierda?

¡Algo para conversar!

El estudio de la probabilidad se inició por el año 1650 en Europa por una consulta que hizo el caballero De Meré, apasionado jugador de la época, al famoso filósofo y matemático Blaise Pascal, por el auge que había tomado para esa época el juego de azar.

Conversa con tus compañeros cómo crees que podemos contribuir con nuestro conocimiento matemático sobre la probabilidad, en hacer entender a la comunidad, a nuestros familiares y amigos que no es tanto la suerte lo que hace que ganemos o perdamos en un juego. Y que con una probabilidad tan baja de ganar, al apostar se afecta el patrimonio de las personas y de sus familias, tratando de buscar una salida fácil de ingreso económico.

Tabla de contenido

1 Las bacterias, menos mal que son pequeñas

Área temática general	Aritmética
Tema generador	Educación para la salud
Contenidos	Potenciación de números naturales, propiedades
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Salud, valores

2 Contando también con la patria grande

Área temática general	Aritmética
Tema generador	Los sistemas de númeración en el mundo
Contenidos	Los sistemas de númeración posicionales y no posicionales
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Identidad nacional y latinoamericana

3 En orden se vive mejor

Área temática general	Aritmética
Tema generador	La importancia del orden
Contenidos	Orden en los números decimales. Operaciones en los números decimales
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Valores

4 Fiao, frío y choreto

Área temática básica	Aritmética
Tema generador	Intercambio solidario y temperaturas bajo cero
Contenidos	Noción de numeros enteros
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Identidad nacional y valores

5 Los alimentos en nuestra escuela

Área temáticageneral	Ágebra
Tema generador	Los alimentos
Contenidos	Ecuaciones, resolución de ecuaciones
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Alimentación y salud

6 Cuerpos geométricos con sello venezolano

Área temática general	Geometría
Tema generador	Producción nacional
Contenidos	Cuerpos geométricos, construcción y cálculos de volumen
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Identidad nacional y trabajo socioproductivo

7 Centro Diagnóstico Integral (CDI)

Área temática general	Aritmética
Tema generador	La salud en Venezuela
Contenidos	Mínimo común múltiplo, máximo común divisor y criterios de divisibilidad
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Salud y valores

8 Mamá ¡yo voy al mercado!

Área temática general	Aritmética
Tema generador	Consumo de alimentos
Contenidos	Orden en las fracciones. Operaciones con fracciones
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Soberanía alimentaria

9 ¡Los mosaicos!

Área temática general	Geometría
Tema generador	El arte
Contenidos	Polígonos, área de un polígono. El número π. Área de un círculo
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Trabajo creador

10 Consumo de agua potable

Área temática general	Aritmética
Tema generador	El consumo de agua potable
Contenidos	Proporcionalidad
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Identidad nacional y valores

11 Un país de tierras, hombres y mujeres libres

Área temática general	Geometría
Tema generador	Rescate y distribución de tierras
Contenidos	Líneas notables del triángulo: alturas, medianas, mediatrices y bisectrices
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Trabajo socioproductivo

12 El mundo de la simetría

Área temática general	Geometría
Tema generador	Construción arquitectónica
Contenidos	Simetría
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Arte y creatividad

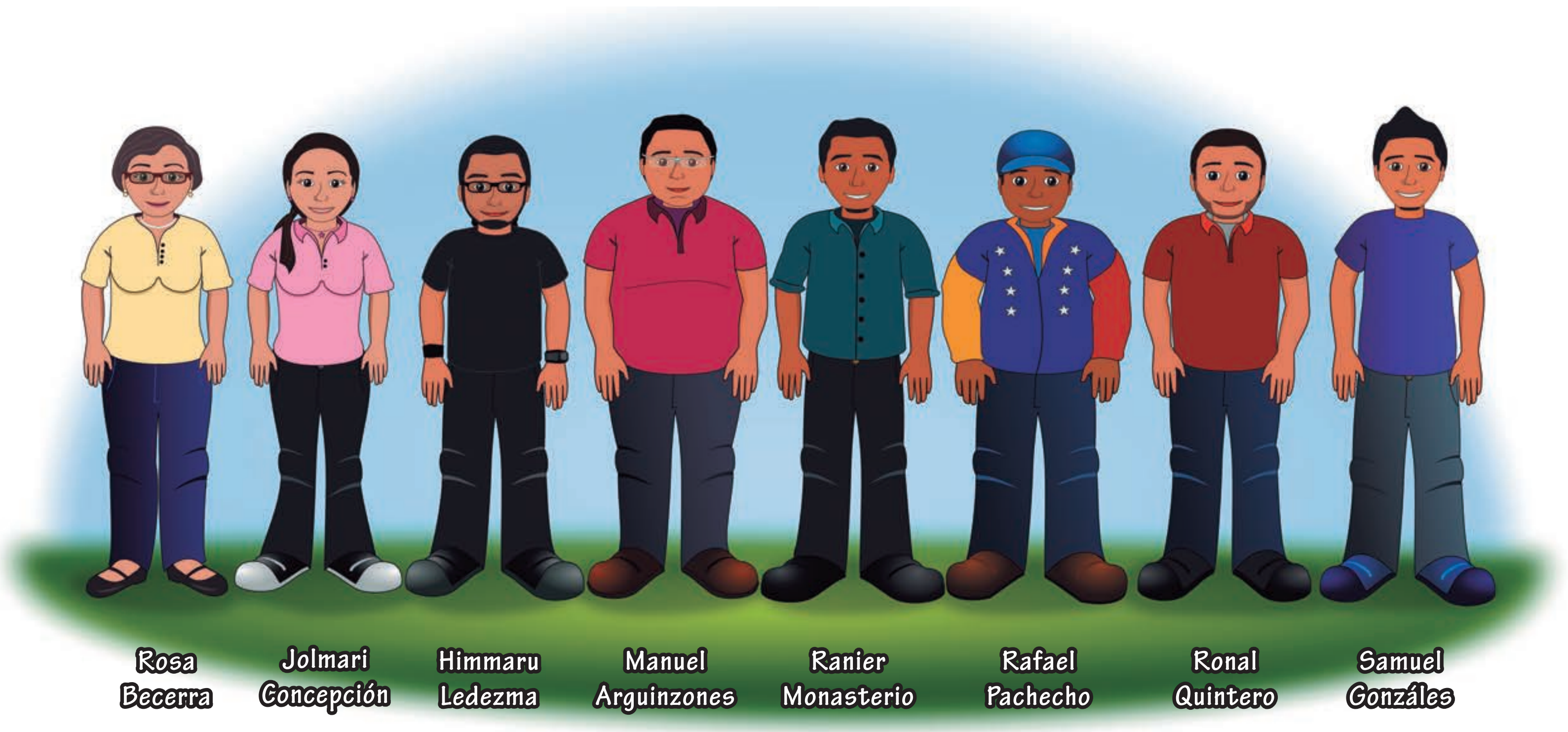
13 Todos tenemos derecho a estudiar

Área temática general	Estadística
Tema generador	Derecho a la educación
Contenidos	Encuestas, procesamientos de datos, elaboración de cuadros y gráficos estadísticos
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Valores

14 Por pura suerte

Área temática general	Estadística
Tema generador	El juego como antivalor
Contenidos	Experimento aleatorio, espacio muestral y cálculo de probabilidad
Área(s) temática(s) relacionada(s)	Valores

Hecho en Venezuela



Matemática
Sexto grado

Nivel de Educación Primaria del Subsistema de Educación Básica

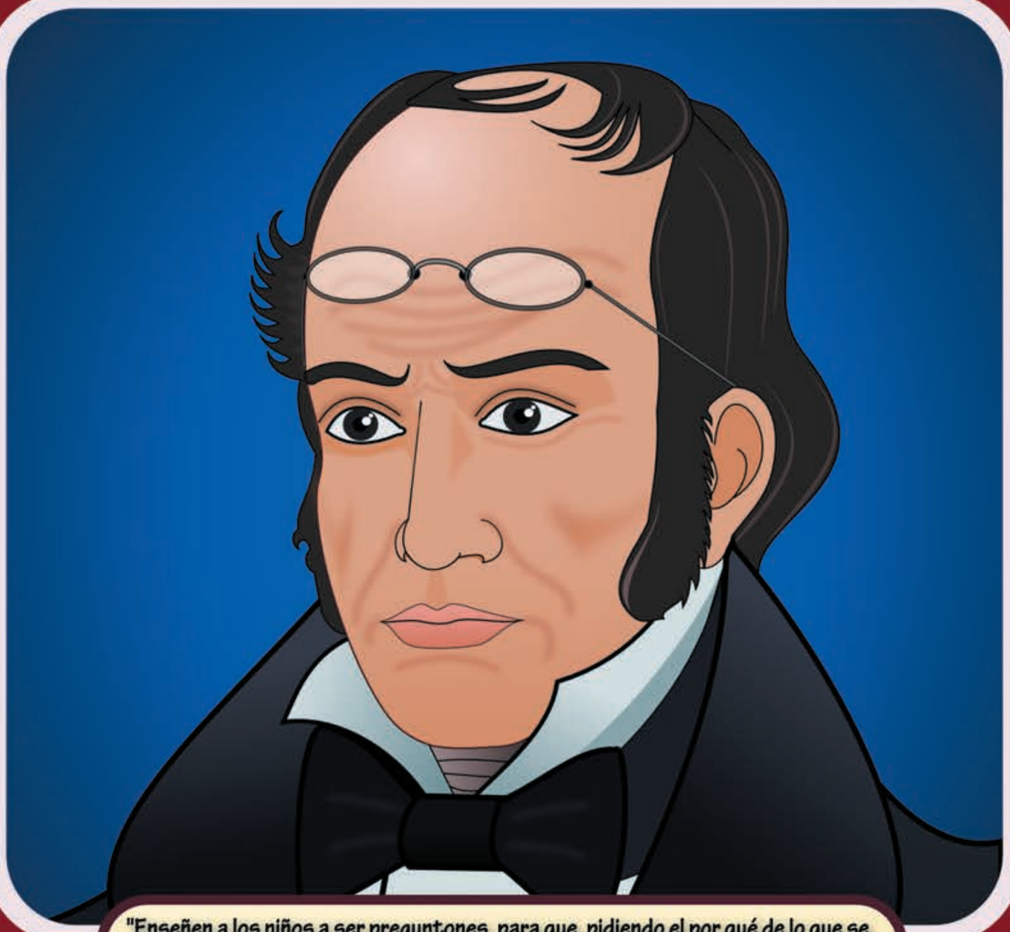
Gobierno Bolivariano de Venezuela | Ministerio del Poder Popular para la Educación

Hecho en Venezuela

Matemática

Sexto grado

Nivel de Educación Primaria del Subsistema de Educación Básica



"Enseñen a los niños a ser preguntones, para que, pidiendo el por qué de lo que se les mande a hacer; se acostumbren a obedecer a la razón, no a la autoridad como los limitados, no a la costumbre como los estúpidos"

Don Simón Rodríguez

Colección Bicentenario

GIDEM

Gobierno Bolivariano de Venezuela

corazón VENEZOLANO

Distribución Gratuita